Denombrement

A.Belcaid

ENSA-Safi

April 7, 2022

Motivation

Un Entraineur de basketball doit choisir une équipe entre **30 joueurs**. Son équipe se constitue de **5 joueurs** principaux et **7 remplacants**.

Quel est le nombre d'équipes qu'il peut choisir?

Motivation

Un Entraineur de basketball doit choisir une équipe entre **30 joueurs**. Son équipe se constitue de **5 joueurs** principaux et **7 remplacants**.

Quel est le nombre d'équipes qu'il peut choisir?

- Application principe simple de Dénombrement.
- Applications:

Motivation

Un Entraineur de basketball doit choisir une équipe entre **30 joueurs**. Son équipe se constitue de **5 joueurs** principaux et **7 remplacants**.

Quel est le nombre d'équipes qu'il peut choisir?

- Application principe simple de Dénombrement.
- Applications:
  - Permutations
  - Combinaisons.
  - Partitions
  - Nombre de sous ensembles
  - Probabilité binomiale.

- 4 chemises.
- 3 cravates.
- 2 vestes.

Question

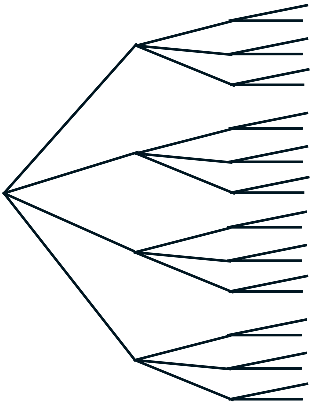
Quel est le nombre possible d'atours?

- 4 chemises.
- 3 cravates.
- 2 vestes.

Question

Quel est le nombre possible d'atours?

- r stages.

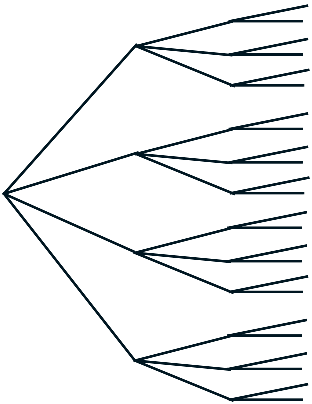


- 4 chemises.
- 3 cravates.
- 2 vestes.

Question

Quel est le nombre possible d'atours?

- r stages.
- n_i choix par stage i.



- 4 chemises.
- 3 cravates.
- 2 vestes.

Question

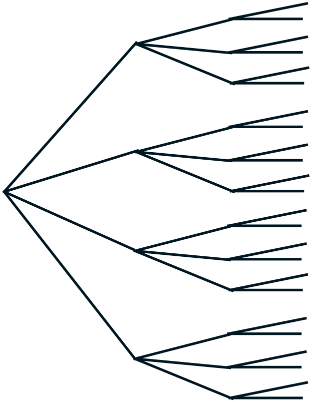
Quel est le nombre possible d'atours?

- r stages.
- n_i choix par stage i.

Calcul

Le nombre de choix est :

$$n_1 \times n_2 \ldots n_r$$



Exemples

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?

Exemples

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?
- $$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$$

Exemples

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?
-
$$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$$

  - Et si les lettres et les chiffres ne peuvent pas être répétées?

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?
- $$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$$
  - Et si les lettres et les chiffres ne peuvent pas être répétées?
  - $$26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8$$

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?
- $$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$$
  - Et si les lettres et les chiffres ne peuvent pas être répétées?
  - $$26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8$$
- **Permutations**: On suppose qu'on a ensemble de n éléments. Par combien de méthodes on peut les **Ordonner**?

Exemples

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?
- $$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$$
    - Et si les lettres et les chiffres ne peuvent pas être répétées?
    - $$26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8$$
- **Permutations**: On suppose qu'on a ensemble de n éléments. Par combien de méthodes on peut les **Ordonner**?
- $$n! = n \times (n-1) \times \dots 1$$

Exemples

- Le nombre de licences de voitures avec deux lettres et 3 chiffres?
- $$26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$$
  - Et si les lettres et les chiffres ne peuvent pas être répétées?
  - $$26 \times 25 \times 10 \times 9 \times 8$$
- **Permutations**: On suppose qu'on a ensemble de n éléments. Par combien de méthodes on peut les **Ordonner**?
- $$n! = n \times (n-1) \times \ldots 1$$
- Nombre de sous ensembles de $\{1, \ldots, n\}$.

$$2 \times 2 \times \ldots \times 2 = 2^n$$

Exemple

- On lance un de a six faces.

  Calculer la probabilité que tous les des donnent un valeur **différente**.

Exemple

- On lance un de a six faces.

  Calculer la probabilité que tous les des donnent un valeur **différente**.

- $$\mathrm{card}(\Omega) = 6^6$$

Exemple

- On lance un de a six faces.

  Calculer la probabilité que tous les des donnent un valeur **différente**.

- $$\mathrm{card}(\Omega) = 6^6$$

- $$\mathrm{card}(A) = 6 \times 5 \times \ldots 1 = 6!$$

Exemple

- On lance un de a six faces.

  Calculer la probabilité que tous les des donnent un valeur **différente**.

- $$\mathrm{card}(\Omega) = 6^6$$

- $$\mathrm{card}(A) = 6 \times 5 \times \ldots 1 = 6!$$

$$\mathbf{P}(A) = \frac{6!}{6^6}$$

Définition

Le nombre $\binom{n}{k}$ représente le nombre de sous-ensembles contenant k éléments d'un ensemble avec n éléments.

Définition

Le nombre $\binom{n}{k}$ représente le nombre de sous-ensembles contenant k éléments d'un ensemble avec n éléments.

- On peut trouver cette formule on choisissant tout d'abord un séquence ordonnée de k éléments.

n	$(n-1)$				$(n-k+1)$

Définition

Le nombre $\binom{n}{k}$ représente le nombre de sous-ensembles contenant k éléments d'un ensemble avec n éléments.

- On peut trouver cette formule on choisissant tout d'abord un séquence ordonnée de k éléments.

n	$(n-1)$				$(n-k+1)$

$$n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

- Maintenant si on veut éliminer l'ordre puisqu'il compte pas, on obtient alors:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} \tag{1}$$

- $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

- $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

- $$\binom{n}{n} = \frac{n!}{(0)!n!} = 1$$

- $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

- $$\binom{n}{n} = \frac{n!}{(0)!n!} = 1$$

- $$\binom{n}{0} = \frac{n!}{(n)!0!} = 1$$

- $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

- $$\binom{n}{n} = \frac{n!}{(0)!n!} = 1$$

- $$\binom{n}{0} = \frac{n!}{(n)!0!} = 1$$

- $$\sum_{0}^{n} \binom{n}{k} =$$

Enonce

On dispose de n fonctionnaires et on veut choisir une **comite** avec un chair (chef). La comité doit consister de $k \geqslant 1$ personnes.

- Calculer alors combien de comité on peut choisir avec k personnes

Enonce

On dispose de n fonctionnaires et on veut choisir une **comite** avec un chair (chef). La comité doit consister de $k \geqslant 1$ personnes.

- Calculer alors combien de comité on peut choisir avec k personnes

$$k\binom{n}{k}$$

Enonce

On dispose de n fonctionnaires et on veut choisir une **comite** avec un chair (chef). La comité doit consister de $k \geqslant 1$ personnes.

- Calculer alors combien de comité on peut choisir avec k personnes

$$k\binom{n}{k}$$

- Maintenant on cherche a calculer la somme de tous les choix possibles pour k

$$c = \sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$$

Calculer la valeur de c. Un petit indice, vous devez trouver une expression de la forme

$$c = (\alpha + n^{\beta})2^{\gamma n+\delta}$$

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.
  - $n \geqslant 1$ lance **independant** d'une pièce de monnaie: $\mathbf{P}(H) = p$.

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.
  - $n \geqslant 1$ lance **independant** d'une pièce de monnaie: $\mathbf{P}(H) = p$.
  - Quelle est la probabilité d'obtenir **k Heads**.

$$\mathbf{P}(\text{k heads}) =$$

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.
  - $n \geqslant 1$ lance **independant** d'une pièce de monnaie: $\mathbf{P}(H) = p$.
  - Quelle est la probabilité d'obtenir **k Heads**.

$$\mathbf{P}(\text{k heads}) =$$

  - $P(HTTHHH) =$

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.
  - $n \geqslant 1$ lance **independant** d'une pièce de monnaie: $\mathbf{P}(H) = p$.
  - Quelle est la probabilité d'obtenir **k Heads**.

$$\mathbf{P}(\text{k heads}) =$$

  - $P(HTTHHH) =$
  - $P(\text{sequence paticuliere})$

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.
  - $n \geqslant 1$ lance **independant** d'une pièce de monnaie: $\mathbf{P}(H) = p$.
  - Quelle est la probabilité d'obtenir **k Heads**.

$$\mathbf{P}(\text{k heads}) =$$

  - $P(HTTHHH) =$
  - $P(\text{sequence paticuliere})$
  - $P(\text{sequence particuliere avec k H})$

- **Coefficient binome** $\binom{n}{k} \longrightarrow$: **probabilite de binome**.
  - $n \geqslant 1$ lance **independant** d'une pièce de monnaie: $\mathbf{P}(H) = p$.
  - Quelle est la probabilité d'obtenir **k Heads**.

$$\mathbf{P}(\text{k heads}) =$$

  - $P(HTTHHH) =$
  - $P(\text{sequence paticuliere})$
  - $P(\text{sequence particuliere avec k H})$
  - $P(\text{sequence avec k H})$

Exercice

On as lance une pièce de monnaie $\mathbf{10}$ fois et on sait qu'on as obtenu $\mathbf{3}$ H.

Quelle est la urobiline que les **deux premiers** lances ont donne H?

Partitions

- On dispose de $n \geqslant 1$ éléments distincts.

Partitions

- On dispose de $n \geqslant 1$ éléments distincts.
- On possède r personnes.

Question

Comment distribuer n_i éléments pour chaque personne i.

- On suppose que les $n_1, n_2, \ldots, n_r$ sont des entiers naturels.
- Tel que $n_1 + n_2 + \ldots + n_r = n$

Nombre de partition

Le nombre de partitions est:

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!} \quad \text{Coefficient multinomial} \tag{2}$$

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

1. Calculer par combien de façon on peut distribuer des objets.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

1. Calculer par combien de façon on peut distribuer des objets.

2. Une autre façon d'obtenir ce résultat est tout d'abord de choisir **deux** objets pour Akram.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

1. Calculer par combien de façon on peut distribuer des objets.
2. Une autre façon d'obtenir ce résultat est tout d'abord de choisir **deux** objets pour Akram.
   - Calculer le nombre de scénario pour réaliser ceci.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

1. Calculer par combien de façon on peut distribuer des objets.

2. Une autre façon d'obtenir ce résultat est tout d'abord de choisir **deux** objets pour Akram.
   - Calculer le nombre de scénario pour réaliser ceci.
3. Maintenant, il nous reste $\mathbf{7}$ objets qu'on doit distribuer a Brahim et Chaimae.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

1. Calculer par combien de façon on peut distribuer des objets.
2. Une autre façon d'obtenir ce résultat est tout d'abord de choisir **deux** objets pour Akram.
   - Calculer le nombre de scénario pour réaliser ceci.
3. Maintenant, il nous reste $\mathbf{7}$ objets qu'on doit distribuer a Brahim et Chaimae.
   - Calculer par combien de façon on peut réaliser ceci.

Énonce

On dispose de 9 objets qu'on veut distribuer a trois personnes.

- Akram doit avoir $\mathbf{2}$
- Brahim doit avoir $\mathbf{3}$.
- Chaimae doit avoir 4.

1. Calculer par combien de façon on peut distribuer des objets.
2. Une autre façon d'obtenir ce résultat est tout d'abord de choisir **deux** objets pour Akram.
   - Calculer le nombre de scénario pour réaliser ceci.
3. Maintenant, il nous reste $\mathbf{7}$ objets qu'on doit distribuer a Brahim et Chaimae.
   - Calculer par combien de façon on peut réaliser ceci.
   - Comparer maintenant les deux resultats.

Jeu de carte

On dispose dans jeu de carte contenant **52**. Ce jeu de carte est distribue a **quatre** joueurs.

Calculer la probabilite que chaque joueur obtient un As?

Jeu de carte

On dispose dans jeu de carte contenant **52**. Ce jeu de carte est distribue a **quatre** joueurs.

Calculer la probabilite que chaque joueur obtient un As?

- Nombre de cas possibles

$$\mathrm{card}(\Omega) = \frac{52!}{4 \cdot (13!)}$$

Jeu de carte

On dispose dans jeu de carte contenant **52**. Ce jeu de carte est distribue a **quatre** joueurs.

Calculer la probabilite que chaque joueur obtient un As?

- Nombre de cas possibles

$$\mathrm{card}(\Omega) = \frac{52!}{4 \cdot (13!)}$$

- Calculer le nombre de cas pour obtenir le résultat:
  - Distribuer les As.

Jeu de carte

On dispose dans jeu de carte contenant **52**. Ce jeu de carte est distribue a **quatre** joueurs.

Calculer la probabilite que chaque joueur obtient un As?

- Nombre de cas possibles

$$\mathrm{card}(\Omega) = \frac{52!}{4 \cdot (13!)}$$

- Calculer le nombre de cas pour obtenir le résultat:
  - Distribuer les As.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Jeu de carte

On dispose dans jeu de carte contenant **52**. Ce jeu de carte est distribue a **quatre** joueurs.

Calculer la probabilite que chaque joueur obtient un As?

- Nombre de cas possibles

$$\mathrm{card}(\Omega) = \frac{52!}{4 \cdot (13!)}$$

- Calculer le nombre de cas pour obtenir le résultat:
  - Distribuer les As.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

  - Distribuer les 48 cartes restantes.

Jeu de carte

On dispose dans jeu de carte contenant **52**. Ce jeu de carte est distribue a **quatre** joueurs.

Calculer la probabilite que chaque joueur obtient un As?

- Nombre de cas possibles

$$\text{card}(\Omega) = \frac{52!}{4 \cdot (13!)}$$

- Calculer le nombre de cas pour obtenir le résultat:
  - Distribuer les As.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

  - Distribuer les 48 cartes restantes.

$$\frac{48}{4 \cdot (12!)}$$