

# Espaces Probabiliste: Problèmes résolus

**A.Belcaid**

ENSA-Safi

February 21, 2022

- 1 Diagramme de Venn
- 2 Probabilités et Ensembles
- 3 Lance de trois pièce de monnaie
- 4 Loi uniforme dans un carré

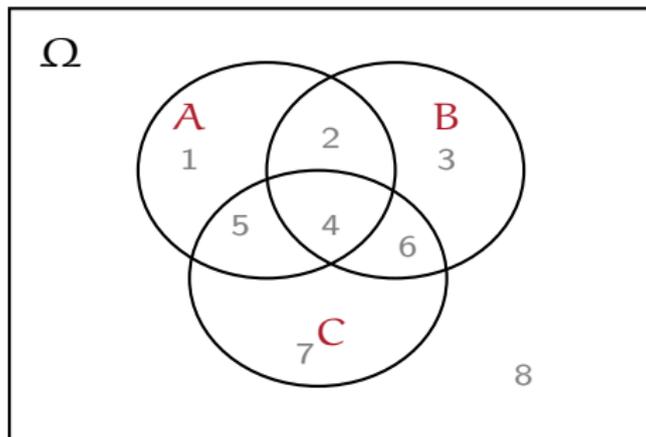


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombre**s et la **description mathématiques** de l'évènement:

Au moins deux évènements des évènements A, B, C sont réalisés

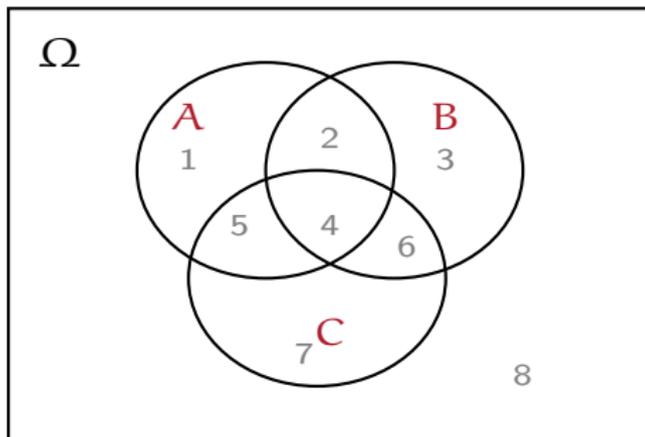


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombre**s et la **description mathématique**s de l'évènement:

Au moins deux évènements des évènements A, B, C sont réalisés

$$(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A) \quad \{2, 4, 5, 6\}$$

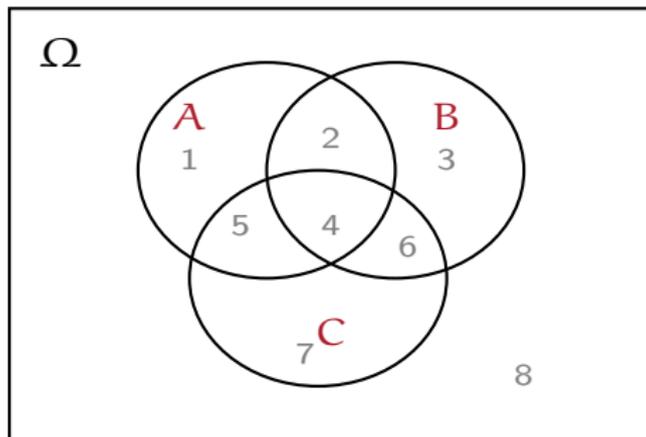


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombre**s et la **description mathématiques** de l'évènement:

Au plus deux évènements des évènements A, B, C sont réalisés

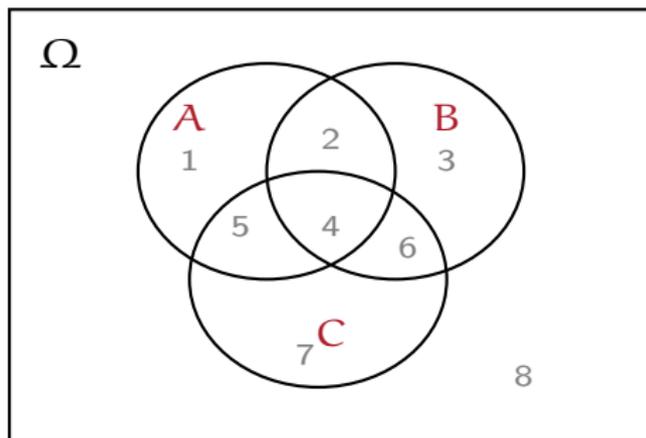


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombre**s et la **description mathématique**s de l'évènement:

Au plus deux évènements des évènements A, B, C sont réalisés

$$(A \cap B \cap C)^c \quad \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$$

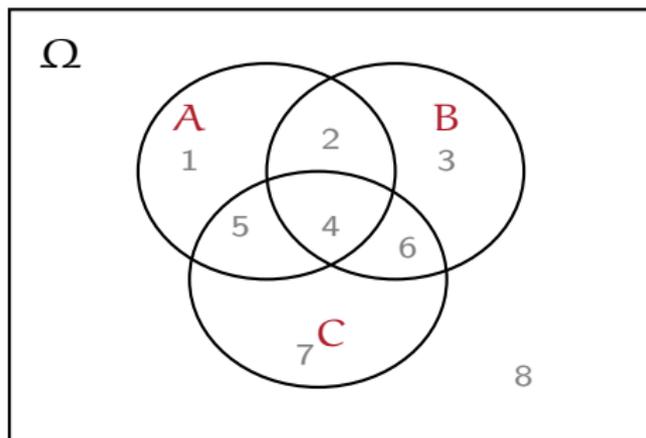


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Aucun évènements des évènements A, B, C est réalisés

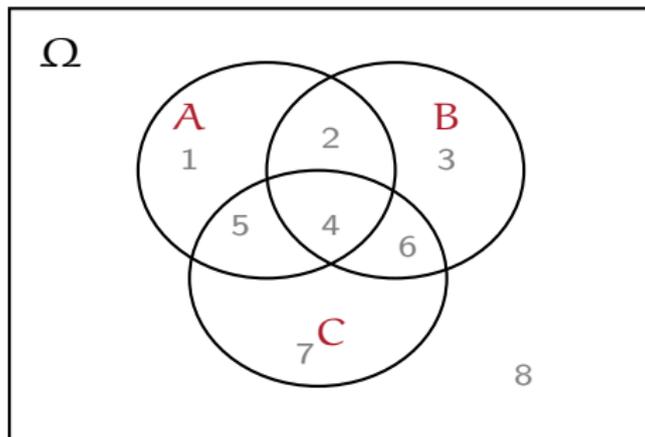


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Aucun évènements des évènements A, B, C est réalisés

$$(A \cup B \cup C)^c \quad \{8\}$$

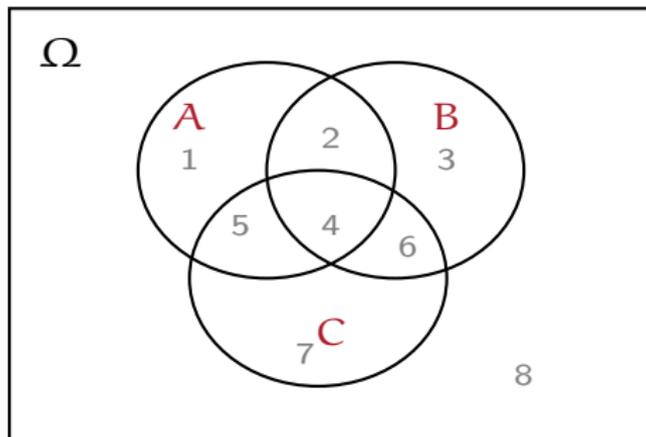


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Les trois évènements A, B, C est réalisés

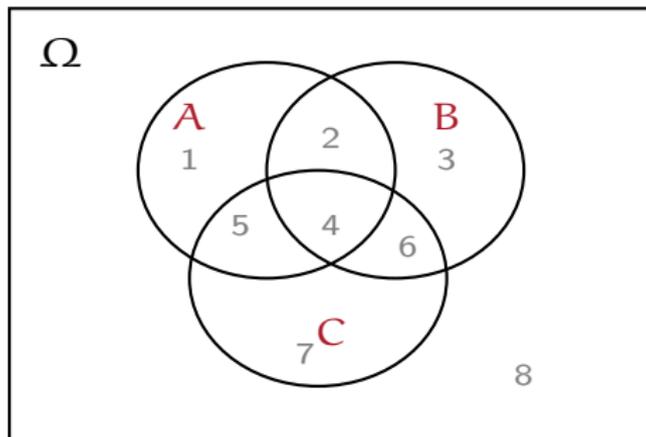


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Les trois évènements A, B, C est réalisés

$$A \cap B \cap C \quad \{4\}$$

Un seul évènement de A, B, C est réalisé

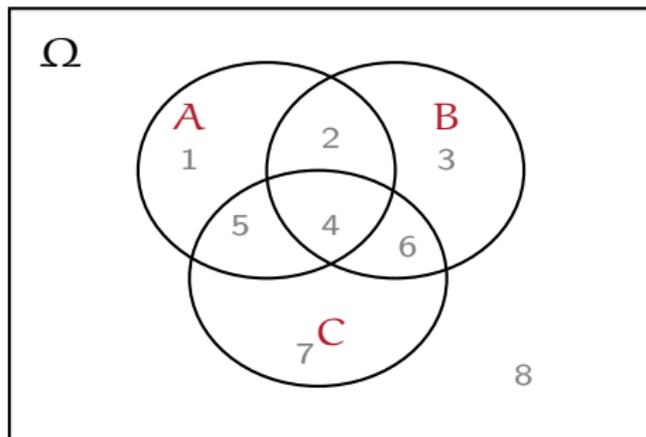


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Un seul évènement de A, B, C est réalisé

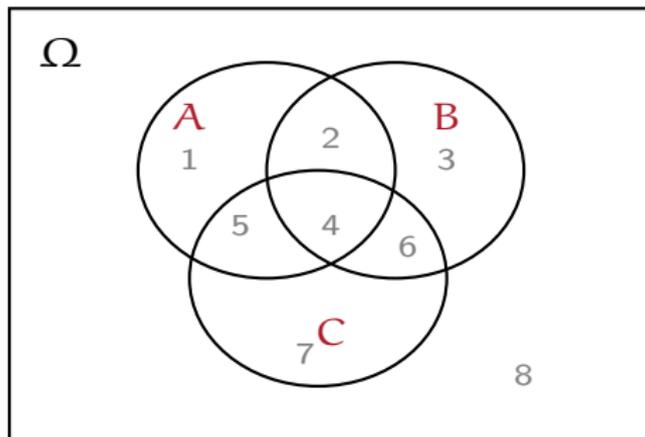


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Un seul évènement de A, B, C est réalisé

$$(A \cap B^c \cap C^c) \cup (B \cap C^c \cap A^c) \cup (C \cap A^c \cap B^c) \quad \{1, 3, 7\}$$

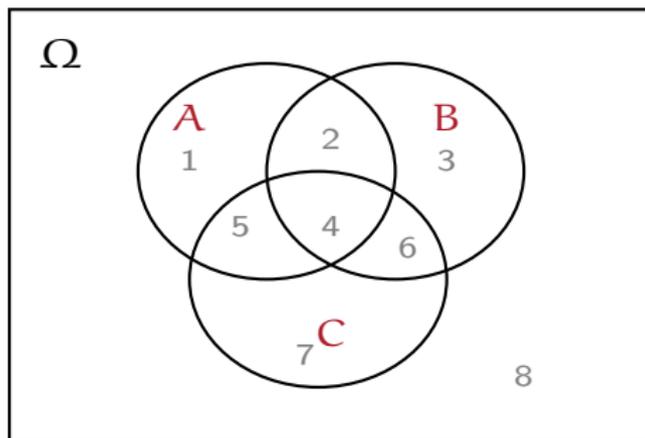


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Les évènements A et B sont réalisés, mais pas C.

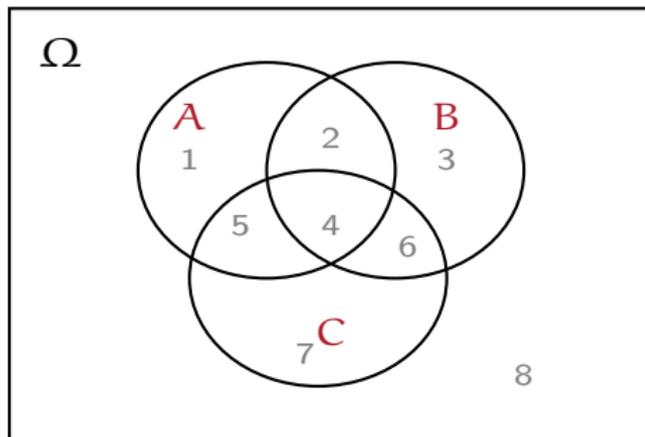


Figure: Diagramme de Venn

Pour chaque description décrivez les **nombres** et la **description mathématiques** de l'évènement:

Les évènements A et B sont réalisés, mais pas C.

$$(A \cap B \cap C^c) \quad \{2\}$$

- Dans cet exercice, on se propose de calculer la probabilité de

$$\mathbf{P}(A \cup (B^c \cup C^c)^c) \quad (1)$$

pour plusieurs cas:

- Dans cet exercice, on se propose de calculer la probabilité de

$$\mathbf{P}(A \cup (B^c \cup C^c)^c) \tag{1}$$

pour plusieurs cas:

- Les évènements  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont **disjoints** et  $\mathbf{P}(A) = \frac{2}{5}$

- Dans cet exercice, on se propose de calculer la probabilité de

$$\mathbf{P}(A \cup (B^c \cup C^c)^c) \tag{1}$$

pour plusieurs cas:

- Les évènements  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont **disjoints** et  $\mathbf{P}(A) = \frac{2}{5}$

- Dans cet exercice, on se propose de calculer la probabilité de

$$P(A \cup (B^c \cup C^c)^c) \quad (1)$$

pour plusieurs cas:

- Les évènements  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont **disjoints** et  $P(A) = \frac{2}{5}$  (2)

- Les évènements  $A$  et  $C$  sont disjoints.  $P(A) = \frac{1}{2}$  et  $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$ . (3)

- Dans cet exercice, on se propose de calculer la probabilité de

$$P(A \cup (B^c \cup C^c)^c) \tag{1}$$

pour plusieurs cas:

- Les évènements  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont **disjoints** et  $P(A) = \frac{2}{5}$  (2)

- Les évènements  $A$  et  $C$  sont disjoints.  $P(A) = \frac{1}{2}$  et  $P(B \cap C) = \frac{1}{4}$ . (3)

- La probabilité  $P(A^c \cap (B^c \cup C^c)^c) = 0.7$  (4)

Vous Lancez un pièce de monnaie (H et T avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ ).

Pour chaque cas, calculer la probabilité des évènements suivants:

- 1 La séquence {H, H, H}

trois fois.

Vous Lancez un pièce de monnaie (H et T avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ ).

Pour chaque cas, calculer la probabilité des évènements suivants:

- 1 La séquence {H, H, H}
- 2 La séquence {H, T, H}

trois fois.

Vous Lancez un pièce de monnaie (H et T avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ ).

Pour chaque cas, calculer la probabilité des évènements suivants:

- 1 La séquence {H, H, H}
- 2 La séquence {H, T, H}
- 3 Une séquence qui contient deux H et un T.

trois fois.

Vous Lancez un pièce de monnaie (H et T avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ ).

Pour chaque cas, calculer la probabilité des évènements suivants:

- 1 La séquence {H, H, H}
- 2 La séquence {H, T, H}
- 3 Une séquence qui contient deux H et un T.
- 4 Une séquence ou le nombre de H est **supérieur** au nombre de T.

**trois fois.**

## Problème

Omar et Reda on décide de prendre un café ensemble a un temps précis. Les deux peuvent arriver au café avec une marge de retard d'**une heure**. Tous les retards sont équiprobables (loi uniforme).

- Le premier qui arrive ne peut attendre que **15 min** avant de quitter le café.

Quelle est la probabilité qu'Omar et Reda prennent un café ensemble.

- Espace d'états (Simplification):

$$\Omega = \left\{ \left( \frac{i}{4}, \frac{j}{4} \right) \mid (i, j) \in \{1, 2, 3, 4\} \right\}$$

	4/4	•	•	•	•	•
Reda	3/4	•	•	•	•	•
	2/4	•	◻	•	•	•
	1/4	•	•	•	•	•
	0/4	•	•	•	•	•
	0/4	1/4	2/4	3/4	4/4	
						Omar

## Problème

Omar et Reda on décide de prendre un café ensemble a un temps précis. Les deux peuvent arriver au café avec une marge de retard d'**une heure**. Tous les retards sont équiprobables (loi uniforme).

- Le premier qui arrive ne peut attendre que **15 min** avant de quitter le café.

Quelle est la probabilité qu'Omar et Reda prennent un café ensemble.

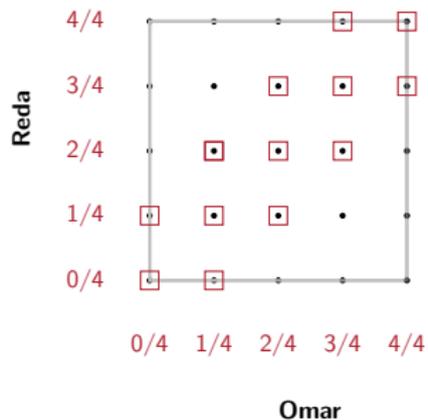
- Espace d'états (Simplification):

$$\Omega = \left\{ \left( \frac{i}{4}, \frac{j}{4} \right) \mid (i, j) \in \{1, 2, 3, 4\} \right\}$$

	4/4	•	•	•	◻	◻
Reda	3/4	•	•	◻	◻	◻
	2/4	•	◻	◻	◻	•
	1/4	◻	◻	◻	•	•
	0/4	◻	◻	•	•	•
	0/4	1/4	2/4	3/4	4/4	
						Omar

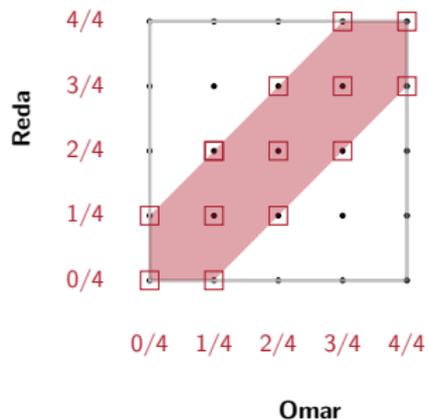
- Espace d'états :

$$\Omega = \{(x, y) \mid (x, y) \in [0, 1]\}$$



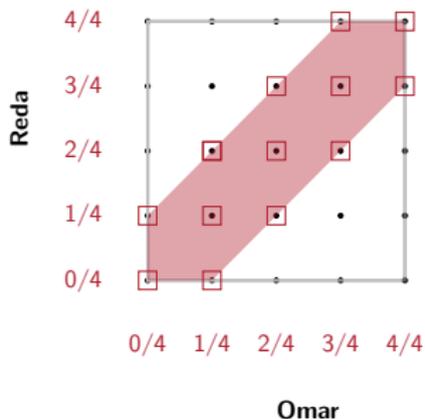
- Espace d'états :

$$\Omega = \{(x, y) \mid (x, y) \in [0, 1]\}$$



- Espace d'états :

$$\Omega = \{(x, y) \mid (x, y) \in [0, 1]\}$$



$$\mathbf{P}(A) = 1 - 2 * \left( \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \right) = \frac{7}{16} \quad (5)$$