

Probabilité: Travaux Dirigés 2

ENSA-SAFI

27 mars 2022

1. Probabilité Conditionnelle 1

Les assertions suivantes sont elles vrais?(Justifier votre réponse)

1. Si l'espace des états Ω est fini et avec un loi de probabilité **uniforme**¹. Alors si $B \neq \emptyset$, la probabilité conditionnelle sur B est aussi un loi discrète uniforme.
2. Si l'espace des états Ω est fini et avec un loi de probabilité **uniforme**. Alors si $B \neq \emptyset$, la probabilité conditionnelle sur Ω est aussi un loi discrète uniforme.

2. Probabilité Conditionnelle 2

On lance deux dés équilibrés a **6** faces. Tous les **36** résultats sont équiprobables.

- 2.1) Calculer la probabilité qu'on obtient un **double** (i.e Les deux faces possèdent le même nombre).
- 2.2) Étant donné que la somme des deux dès est inférieure ou égale à **4**, calculer la probabilité conditionnelle qu'on obtient un double.
- 2.3) Calculer la probabilité d'obtenir un six dans l'un des deux dés.²
- 2.4) On sait maintenant que les nombres des deux dès sont **différents**, calculer la probabilité d'obtenir un 6 dans l'un des deux dès.

3. Loi de probabilité totale

On suppose qu'on dispose d'un infinié de pièce de monnaie indexés par i . Chaque pièce de monnaie i peut être choisie avec une probabilité 2^{-i} . Un lancé de la pièce i peut donner Pile avec une probabilité 3^{-i} .

-
1. tous les évènements sont équiprobables
 2. On peut obtenir deux six

- 3.1)** On choisit une pièce de monnaie, puis on lance cette pièce. Quelle est la probabilité d'obtenir **Pile** ?

On rappelle que la somme d'une suite géométrique de raison α est

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha^i = \frac{\alpha}{1 - \alpha}, \text{ si } |\alpha| < 1$$

4. Règle de Bayes

Un test pour une maladie rare peut être correct à **95%**. Si une personne est malade, alors ce test peut le détecter avec une probabilité **95%**. Si la personne n'est pas malade, le test sera négatif avec une probabilité **0.95**. Finalement **0.001** de la population peuvent être malade.

- 4.1)** Calculer la probabilité qu'une personne choisie aléatoirement est testée positive.
- 4.2)** Étant donné que cette personne est testée positive, quelle est la probabilité qu'elle soit vraiment malade ?

5. Indépendance

Vous lancez deux dés à **cinq** faces. Ces faces sont numérotées de 1 à 5. (Tous les résultats sont équiprobables). On suppose que les deux dés sont indépendants.

- 5.1)** On considère l'événement A "La somme des deux dés est 10"
- 5.1)** Est-ce que A est indépendant de l'événement "au moins l'un des dés donne 5".
- 5.2)** Est-ce que A est indépendant de l'événement "au moins l'un des dés donne 1".
- 5.2)** Soit l'événement B "la somme est 8"
- 5.1)** Est-ce que l'événement B est indépendant de "Obtenir un double" (i.e. Les résultats des deux faces sont égaux).