

Probabilité Travaux Dirigés 1

ENSA-SAFI

10 mars 2022

1. Modèle arbre

Omar vérifie l'état de la météo. Si elle est bonne, il part pour une marche. Par contre, si elle pleut, Omar va soit rester chez lui, soit sortir. En cas il sort, il se peut qu'il se rappelle de ramener sa Parapluie.

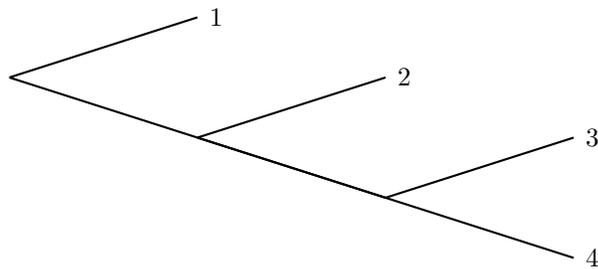


FIGURE 1 – Modelé Arbre

- 1.1) Dans le diagramme, identifier la feuille (nombre) qui correspond au cas suivant :
Elle pleut et Omar reste chez lui.
- 1.2) Ajouter une étiquette aux autres cas restants.

Question 2.

Soit A et B deux événements du même espace d'états Ω , avec $P(A) = 0.6$ et $P(B) = 0.7$.

- 2.1) Est-ce que A et B peuvent être **disjoints**. Justifier votre réponse.

3. Propriétés simples

Soient A , B et C des événements de l'espace d'états Ω . Pour chaque propriété, indiquer si elle est juste ou non en justifiant votre réponse.

- 3.1) $P(A) + P(A^c) + P(B) = P(A \cup A^c \cup C)$
- 3.2) $P(A) + P(B) \leq 1$
- 3.3) $P(A^c) + P(B) \leq 1$
- 3.4) $P(A \cup B \cup C) \geq P(A \cup B)$

4. Autres propriétés

Soient A , B et C des évènements de l'espace d'états Ω . Pour chaque propriétés, indiquer si elle est juste ou non en justifiant votre réponse.

4.1) $P((A \cap B) \cup (C \cap A^c)) \leq P(A \cup B \cup C)$

4.2) $P(A \cup B \cup C) = P(A \cap C^c) + P(C) + P(B \cap A^c \cap C^c)$

5. Exemple discret

On considère l'exemple de lance d'un dé (a quatre faces) ou tous les 16 cas possibles on la même probabilités. Calculer la probabilité de chaque évènement suivant :

5.1) La valeur du premier dé est supérieure a la deuxième.

5.2) La somme des valeurs obtenues est un nombre pair.

6. Exemple continu

On considère un espace d'états :

$$\Omega = [0, 1] \times [0, 2] :$$

qui contient les couples (x, y) tel que $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 2$. On considère une loi **uniforme**. Calculer les probabilités des évènements suivants :

6.1) Les deux composantes x et y possèdent la même valeur.

6.2) La valeur de x , du premier lancé, est supérieure ou égale a la valeur y , du deuxième lance.

6.3) La valeur x^2 est supérieure ou égale à la valeur de y .

7. Somme dénombrable

On considère l'espace des états Ω qui consiste des entiers naturels \mathbb{N} . On suppose aussi que :

$$\mathbf{P}(n) = \frac{1}{2^n} \quad \forall n \geq 1 \quad (1)$$

Calculer la probabilité de l'évènement $A = \{3, 6, 9, \dots\}$.. I.e, que le nombre tire est un **multiple** de trois.

8. Probabilité Somme symétrique

Dans cet exercice, on se propose de prouver la formule de probabilité de la **différence symétrique** $A\Delta B$ ¹ de deux évènements.

$$P(A\Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \quad (2)$$

9. Sport et Cinema

Dans une classe, **60%** pratiquent un sport, **70%** aiment le cinéma et **40%** sont des les deux **catégories**.

- Calculer la probabilité, qu'un étudiant aléatoirement choisi ne pratique pas se sport et il ne n'aime pas le cinéma.

1. $A\Delta B = (A \cup B^c) \cup (B \cap A^c)$