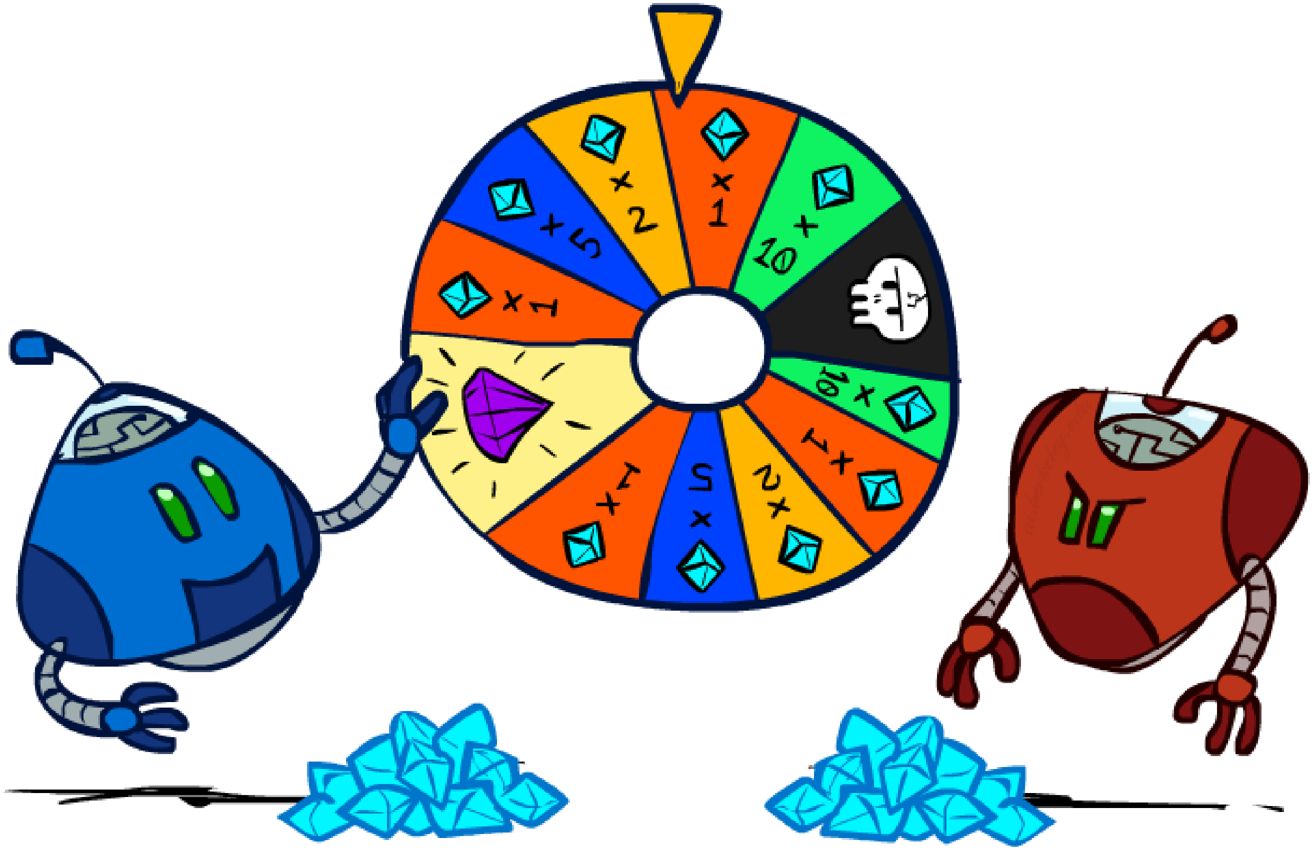
Intelligence Artificielle

Incertitude et utilité

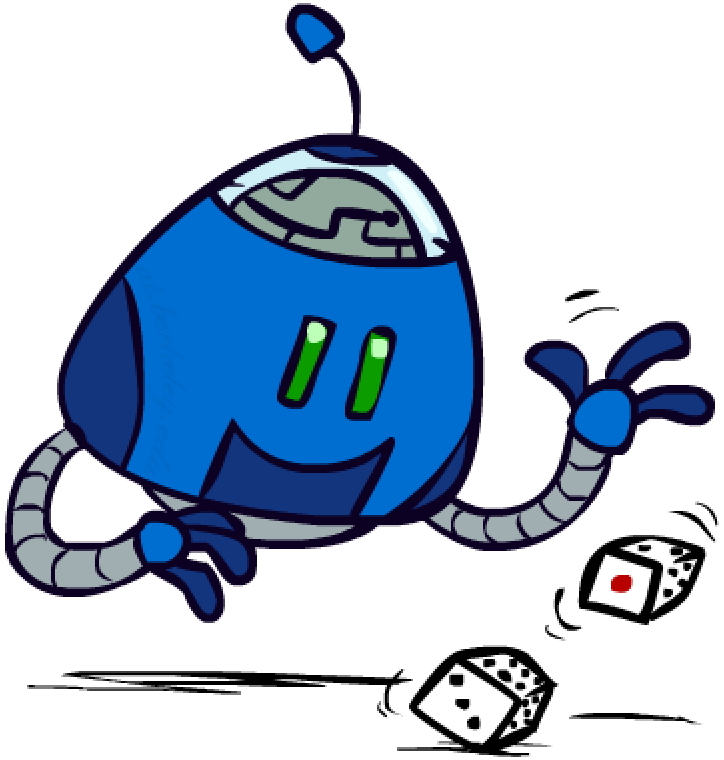


Professeur: A.Belcaid

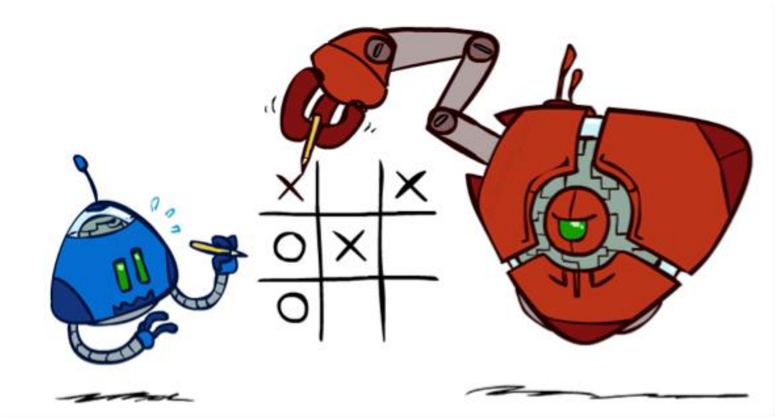
Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Fès

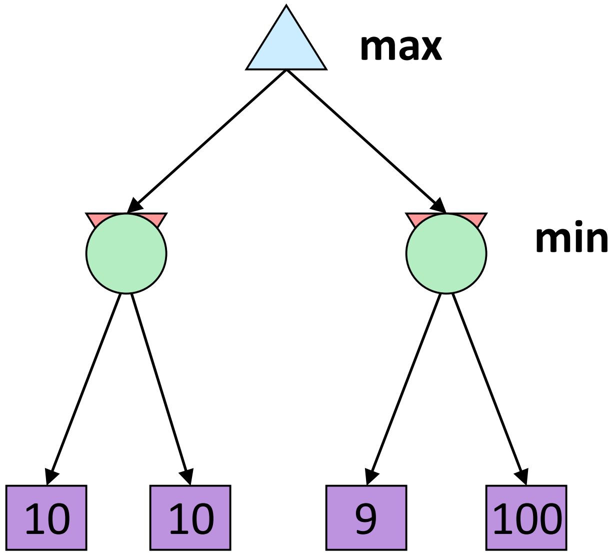
[Présentation basée sur le cours CS188 Intro to AI at UC Berkeley. Métériel disponbile sur le site http://ai.berkeley.edu.]

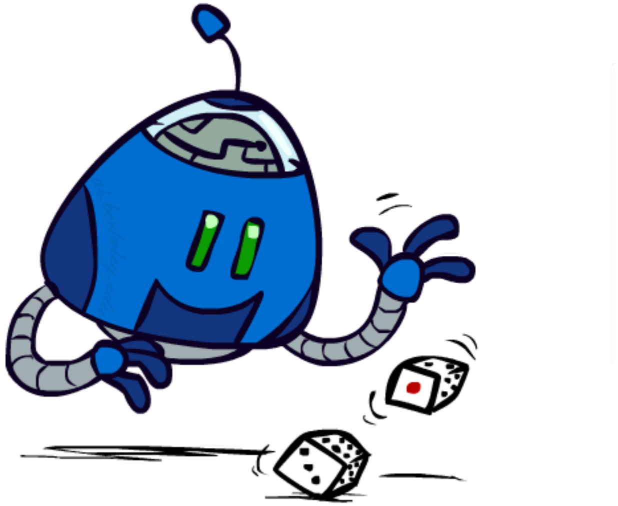
Incertitude des résultats



Estimation Pire cas Vs Cas moyen







Idée: Les noeuds incertains sont controllés par la chance, pas par un adversaire

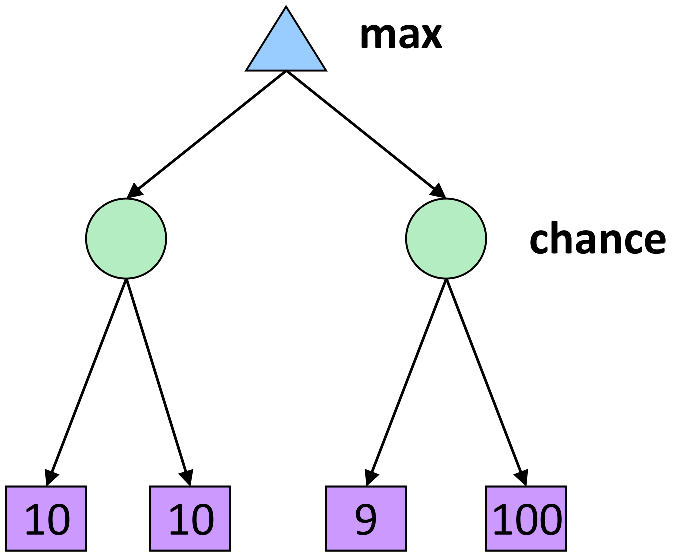
Recherche Expectimax

- Les raisons derrière l'incertitude des résultats?
  - Aspect aléotoire explicite: Lancé d'un dé.
  - Adversaire imprésible: Fantômes aggissent aléatoirement.
  - Actions échouent: Quand on déplace un robot.

- Valeurs déterminent l'espérance des résultats (expectimax). Et non le pire cas(minimax).

- Recherche Expectimax : Calcule la moyenne des valeurs.
  - Les noeuds **Max** sont similaires à MiniMax
  - Les noeuds de Chance sont comme les noeuds **min** mais avec incertitude
  - On calcule l' espérence des ces utilités.

- Chapitre qui suit, Traite la modéisation des ces problems avec les Processus de décision de Markov.



PseudoCode Expectimax

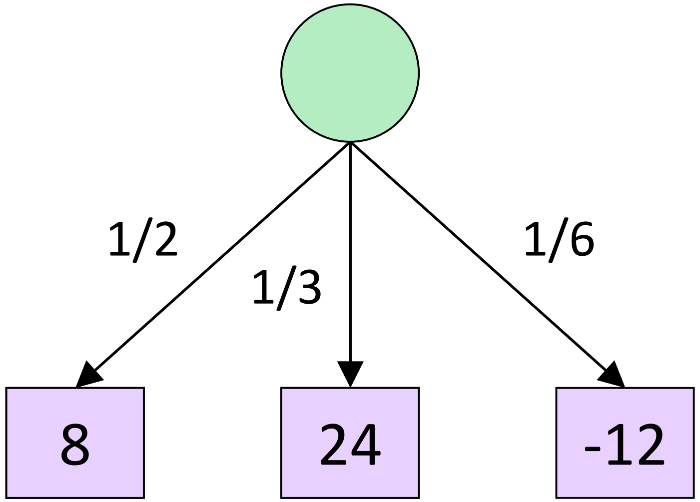
```
def value(state):
    Si Etat est terminal: renvoie son utilité
    Si l'agent suivant est MAX: return max-value(state)
    Si l'agent suivant est EXP: return exp-value(state)
```

```
def max-value(state):
    initialiser v = -∞
    for each successor of state:
        v = max(v, value(successor))
    return v
```

```
def exp-value(state):
    initialiser v = 0
    for each successor of state:
        p = probability(successor)
        v += p * value(successor)
    return v
```

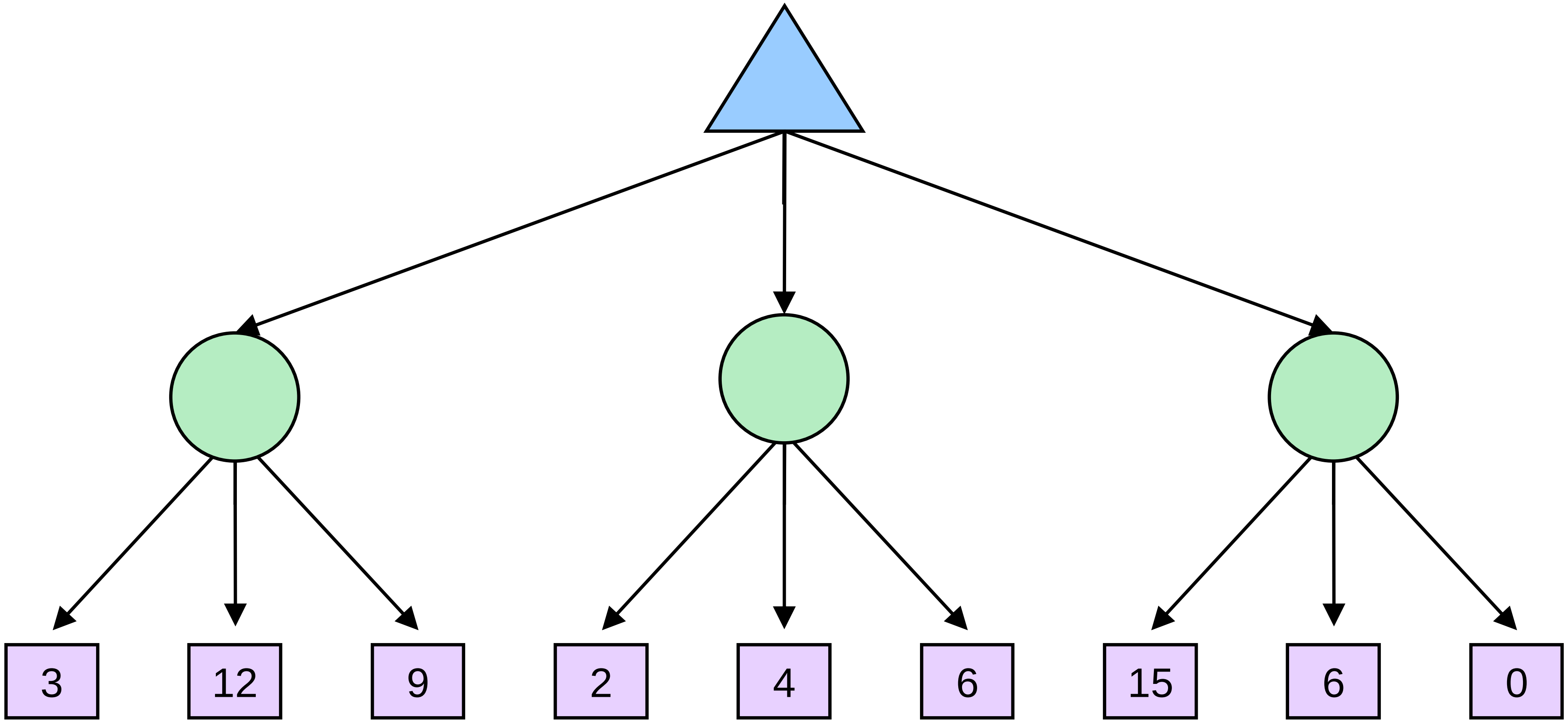
Expectimax Pseudocode

```
def exp-value(state):
    initialize v = 0
    for each successor of state:
        p = probability(successor)
        v += p * value(successor)
    return v
```

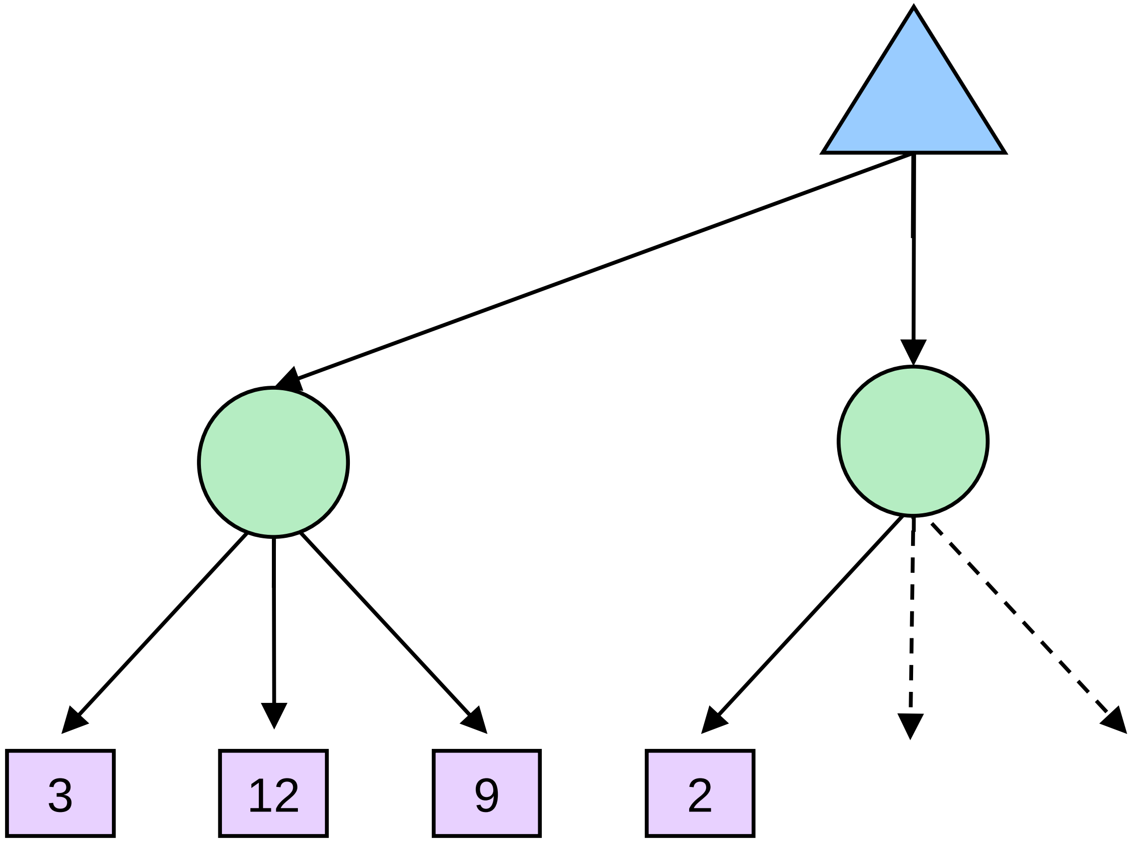


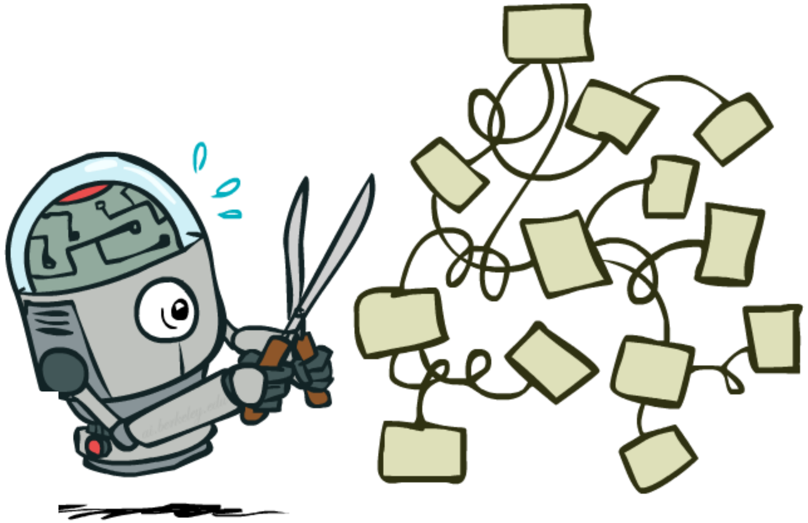
v = (1/2) (8) + (1/3) (24) + (1/6) (-12) = 10

Exemple Expectimax

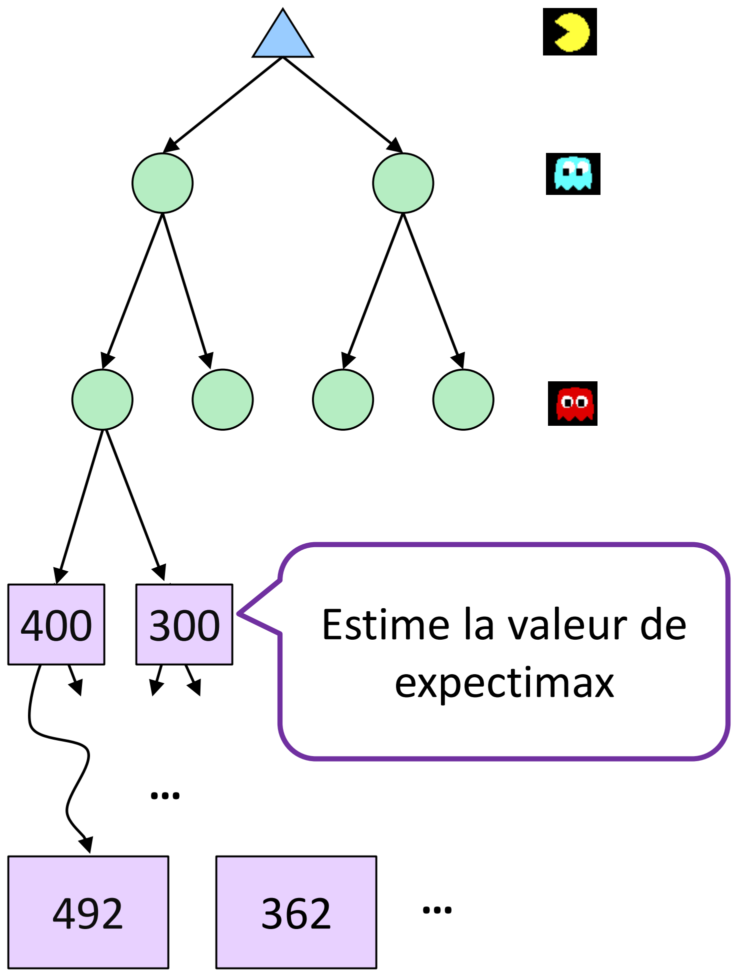


Elagage Expectimax?

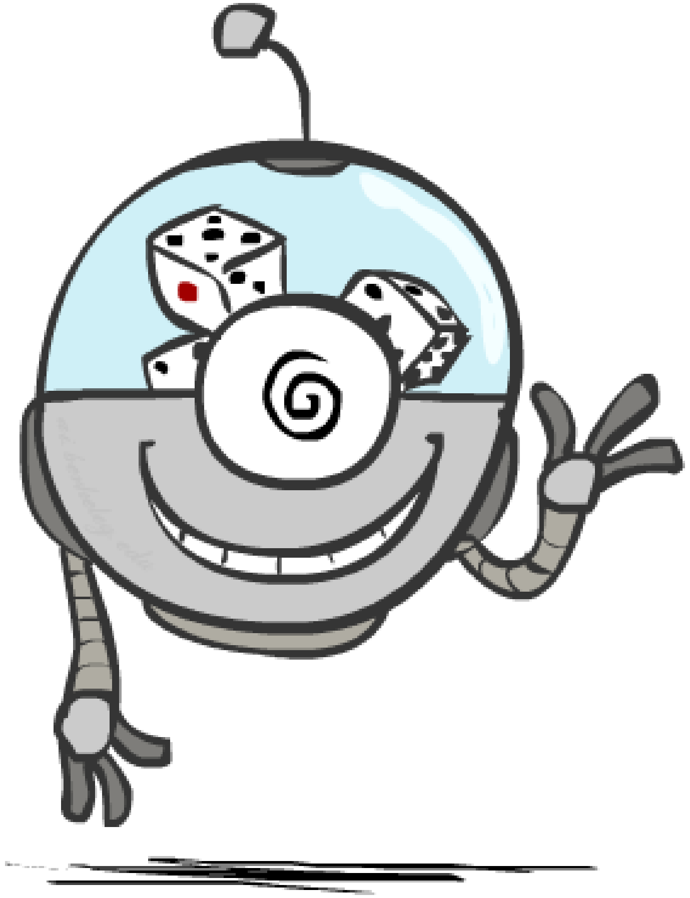




Expectimax limité en profondeur



Probabilités



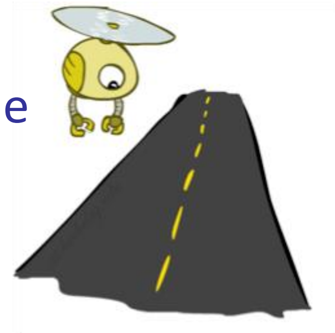
Rappel: Probabilités

- Une variable aléatoire représente le résultat d’un événement incertain.
- Une distribution de probabilité affecte un poids à chaque résultat possible

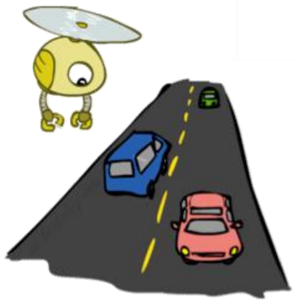
- Exemple: Circulation dans une autoroute
  - Variable Aléatoire: T = Circulation
  - Valeur possibles : T in {nulle, moyenne, lourde}
  - Distribution: P(T=nulle) = 0.25, P(T=moyenne) = 0.50, P(T=lourde) = 0.25

- Lois des probabilités (Reste chapitre suivant):
  - Probabilités sont toujours **positives.**
  - Somme des probabilités de tous les événement possible est **1**.

- Si on obtient une nouvelle **évidence**, Les probabilités peuvent changer:
  - P(T=lourde) = 0.25, P(T=lourde | Temps=8am) = 0.60
  - Nous traitons la mise a jour des probabilité dans le chapitre suivant.



0.25



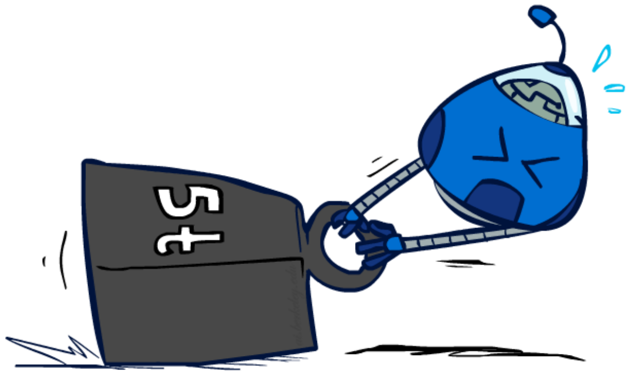
0.50

0.25

Rappel: Esperances

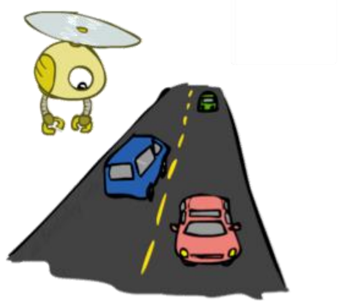
- L’espérance d’une function d’une variable aléatoire et la moyenne pondérée des résultats:

$$E\big(f(X)\big) = \sum_{x} p(x) f(x)$$



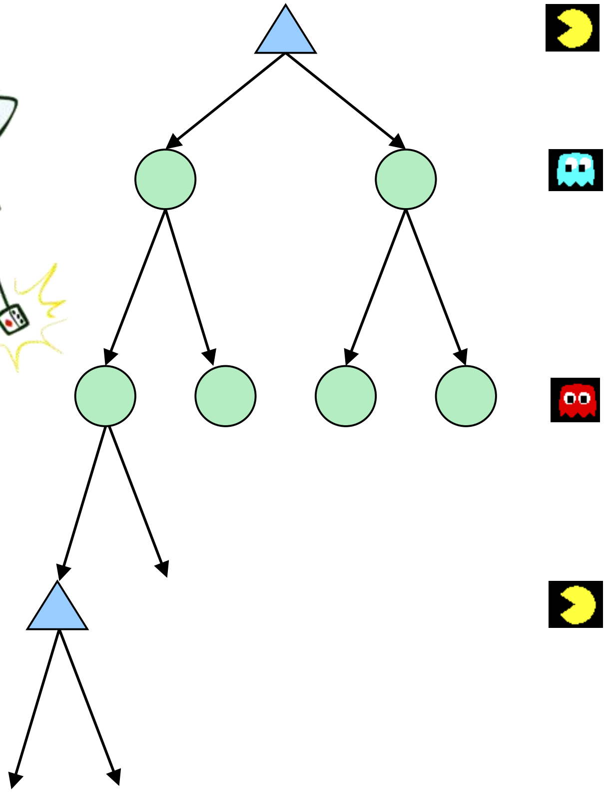
- Exemple: Temps pour arriver à l’airoport?

Temps:	20 min		30 min		60 min		
	x	+	x	+	x	⇨	35 min
Probabilité:	0.25		0.50		0.25		


Construire le modèle probabiliste?

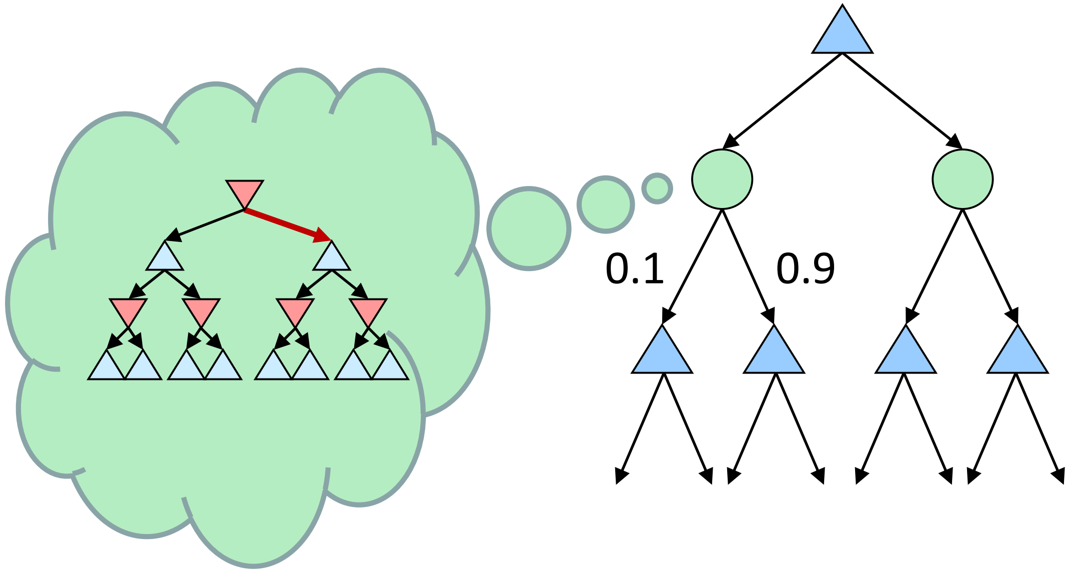
- Dans la recherche expectimax , nous devons construire un modèle probabiliste de l'adversaire
  - Modèles peuvent être simple comme une distribution **uniforme**
  - Sofistiqués nécissisant un calcul élaboré.



- A ce stade, on suppose que ce modèle est donné, le chapitre suivante traitera la modélisation probabiliste des environnements.

Quiz: Probabilités données

- Supposons que vous connaissez la stratégie de votre adversaire qui utilise minimax avec une profendeur 2 avec une probabilité 80% , et agit aléatoirement pour le reste.
- Question: Quel type de recherche faut il utiliser?



- Réponse: Expectimax!

Hypothèses de modélisation

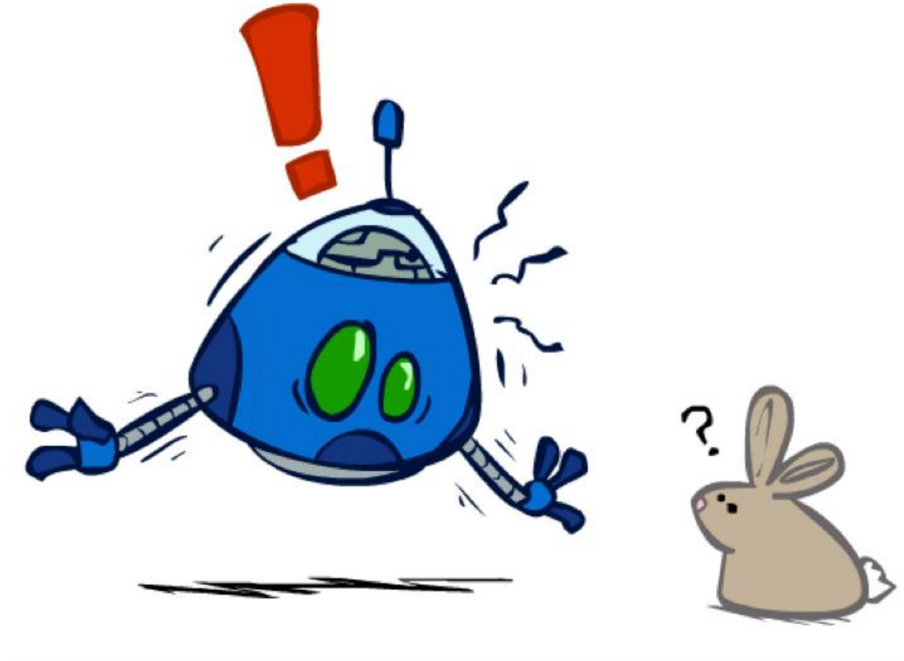
Le danger d’otpimisme et péssimisme

Dangé d’Optimisme

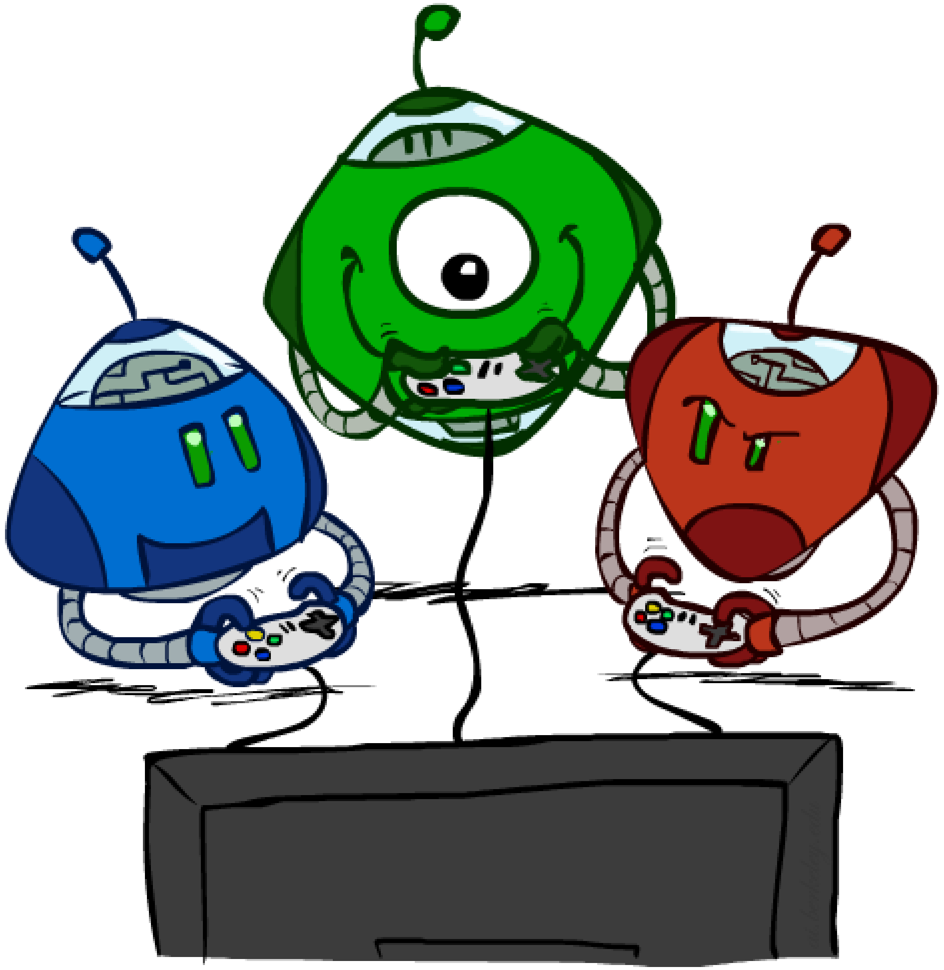
Modélise une chance alors que l’adervaire est optimal

Dangé de Péssimisme

Estimer le pire scenario alors que c’est pas le cas.

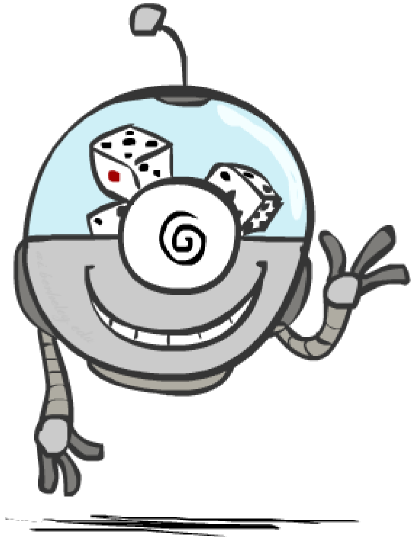


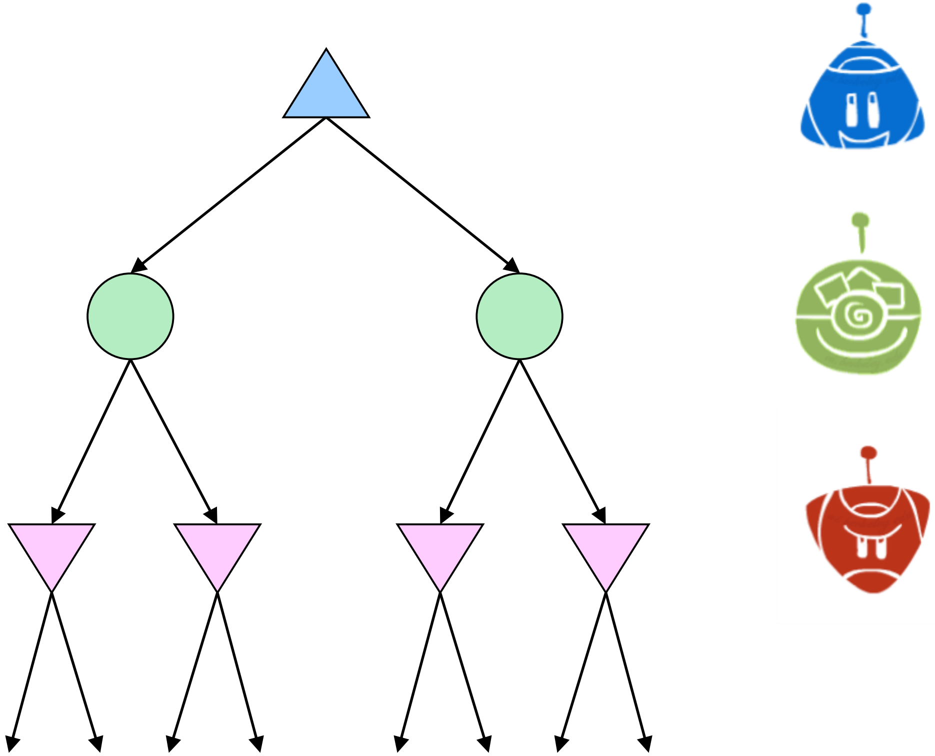
Autre types de jeux



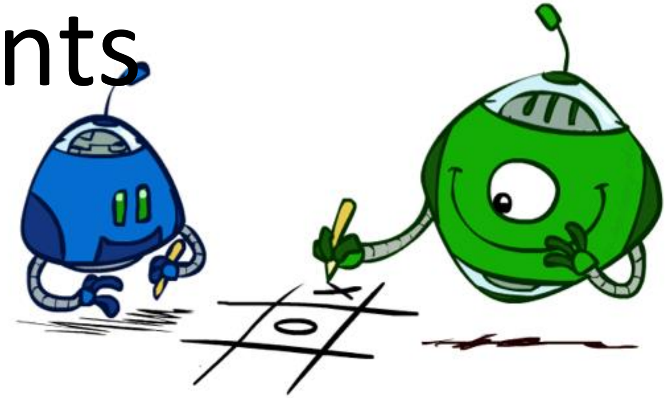
Couches mixtes

- Backgammon
- Expectiminimax
  - L’Environnement est un agent aléatoire qui se déplace après chaque joueur.



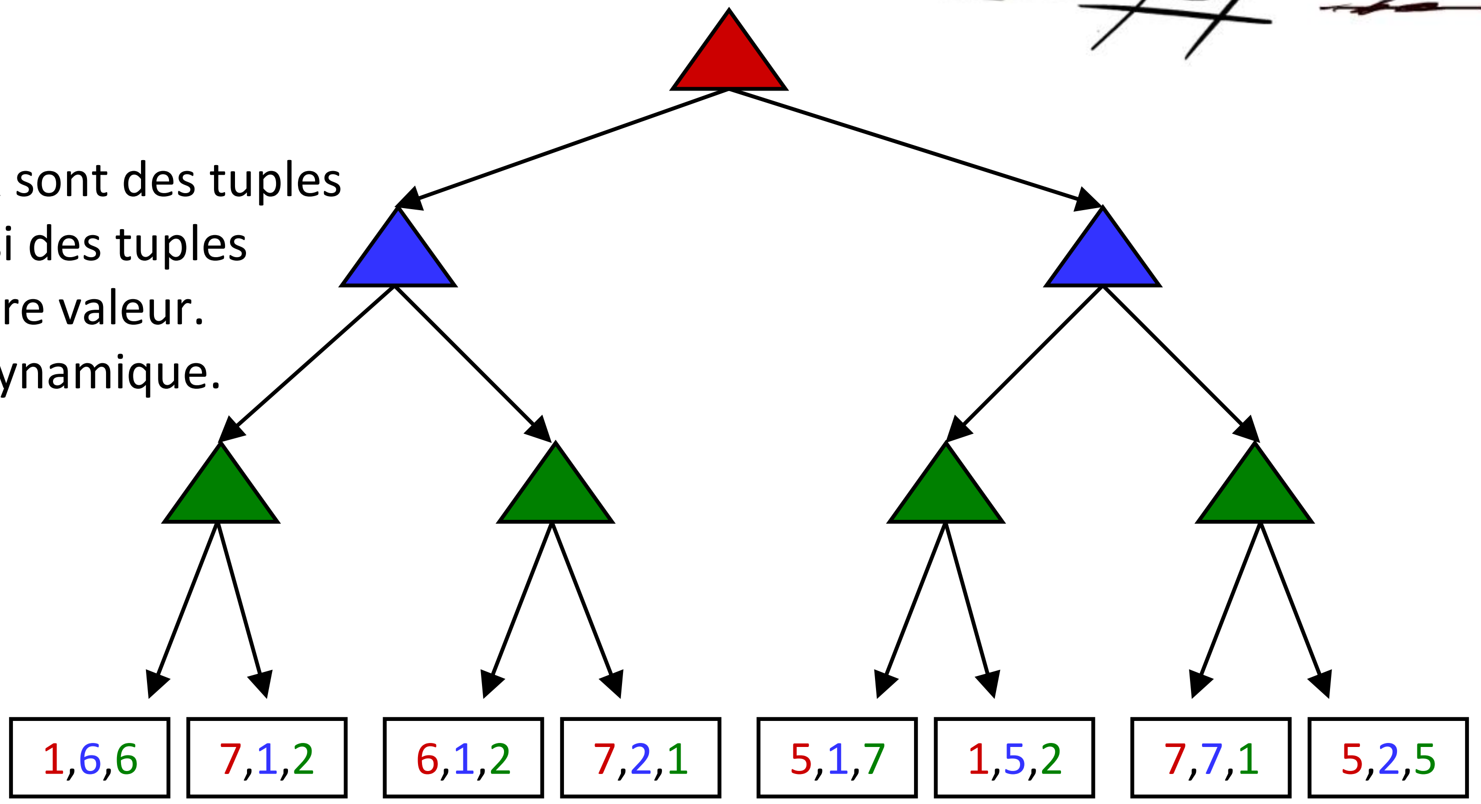


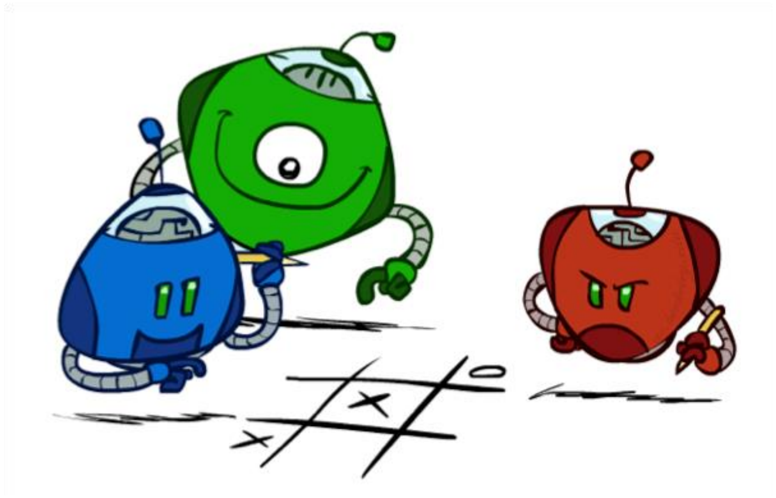
Utilités pour plusieurs agents



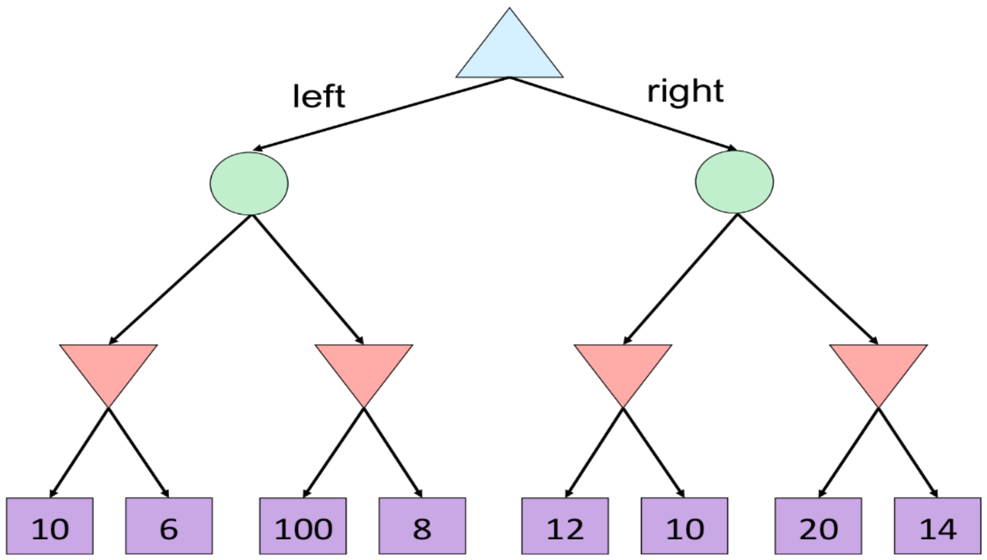
- Cas où le jeu n'est pas zero somme, ou possède plusieurs joueurs?

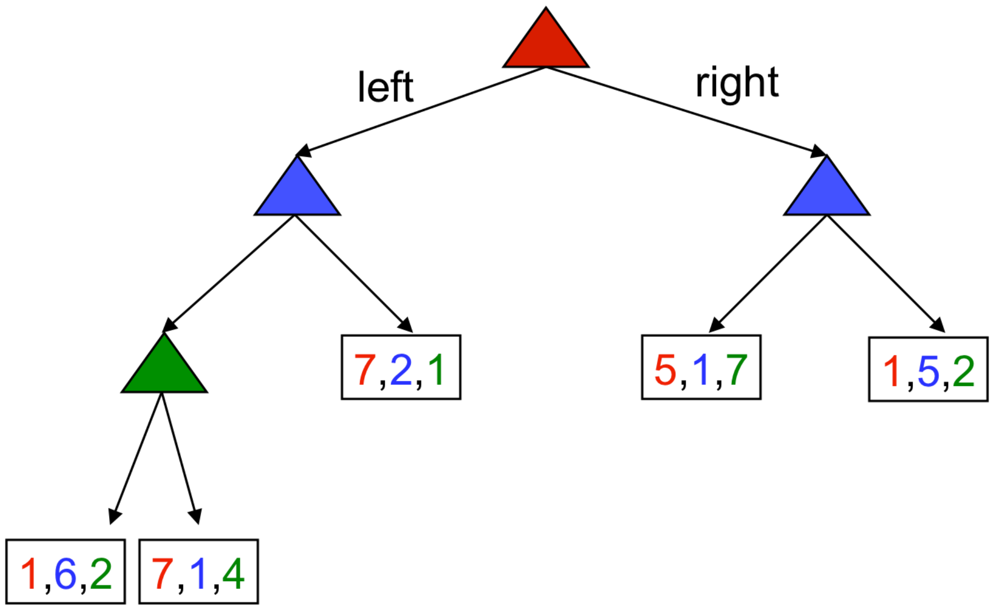
- Genéralisation de minimax:
  - Les valeurs de noeuds terminaux sont des tuples
  - Les valeurs des noeuds sont aussi des tuples
  - Chaque joueur maximise sa propre valeur.
  - Peut mener à une cooperation dynamique.





Quiz

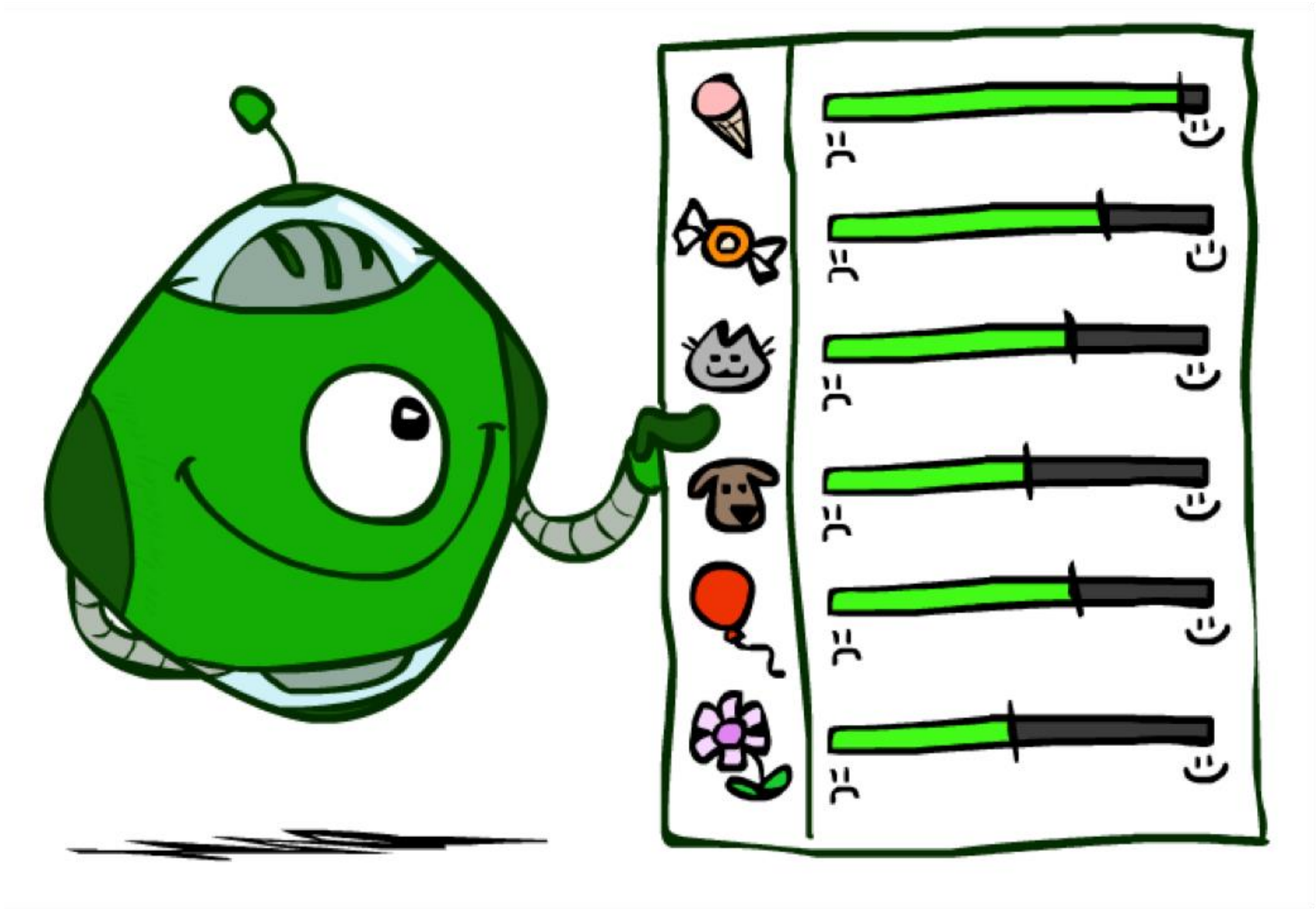




- Quelle est la valeur du jeu?
- Quelle action que le maximiseur doit choisir?

- Quelle sera la valeur du jeu
- Action choisi par chaque joueur.

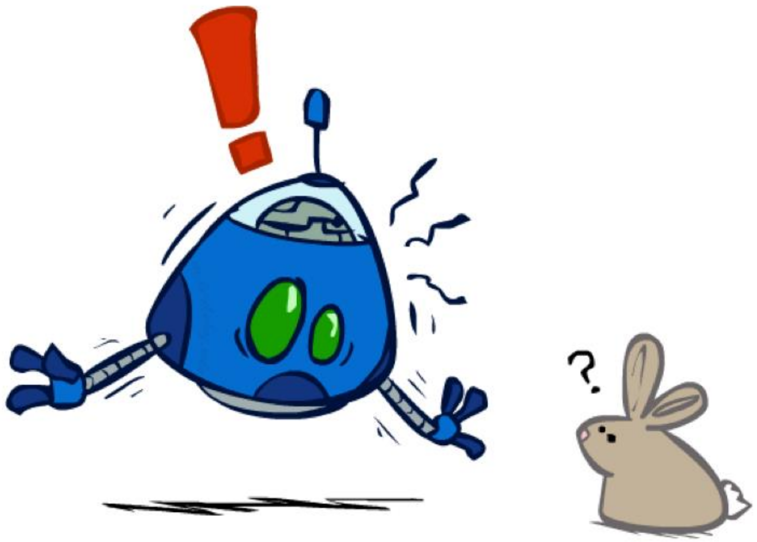
Utilités



Maximum de l’Espérance

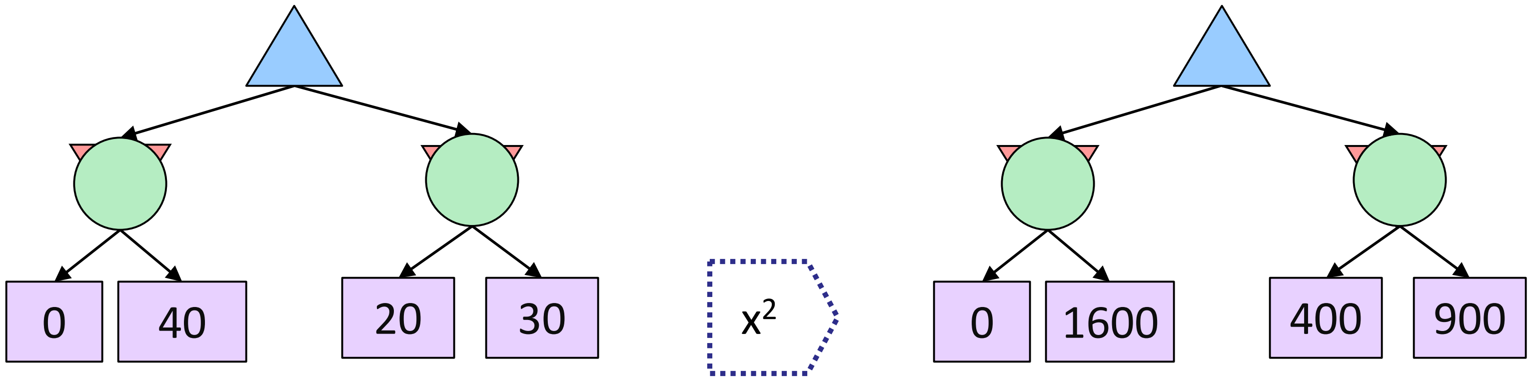
- Pourquoi considerer l’espérance? Et non pas minimax?

- Principe de maximisation des fonctions d’utilité:
  - Un agent rationnel doit choisir l’action qui maximise l’espérance de son utilité.



- Questions:
  - Comment calculer des utilités?
  - Comment savoir si ces utilités existent?
  - Peut on être sûrs que prendre la moyenne possède un sens?

Utilités à adopter?



- Pour l'analyse Pire cas, Changment par une function croissante n'affecte pas le calcul
  - insensitivité aux transformations croissantes.

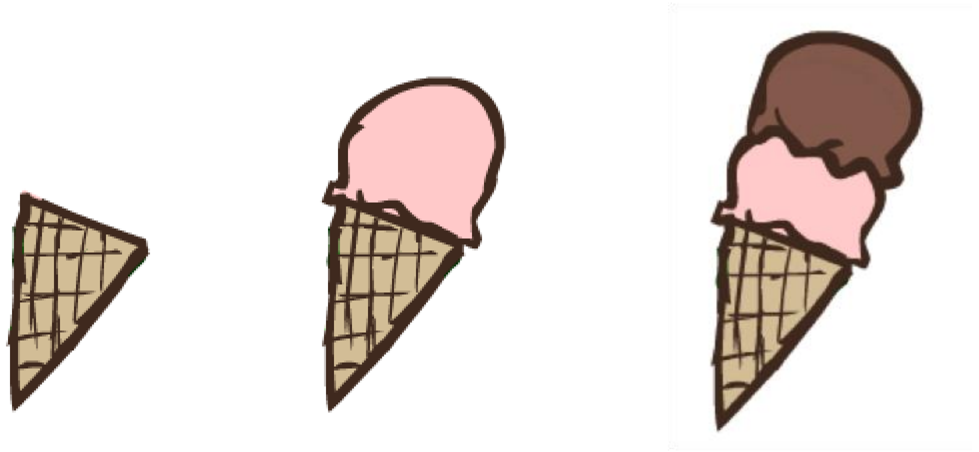
- Pour le cas en moyenne expectimax , on perd cette propriété.

Utilités

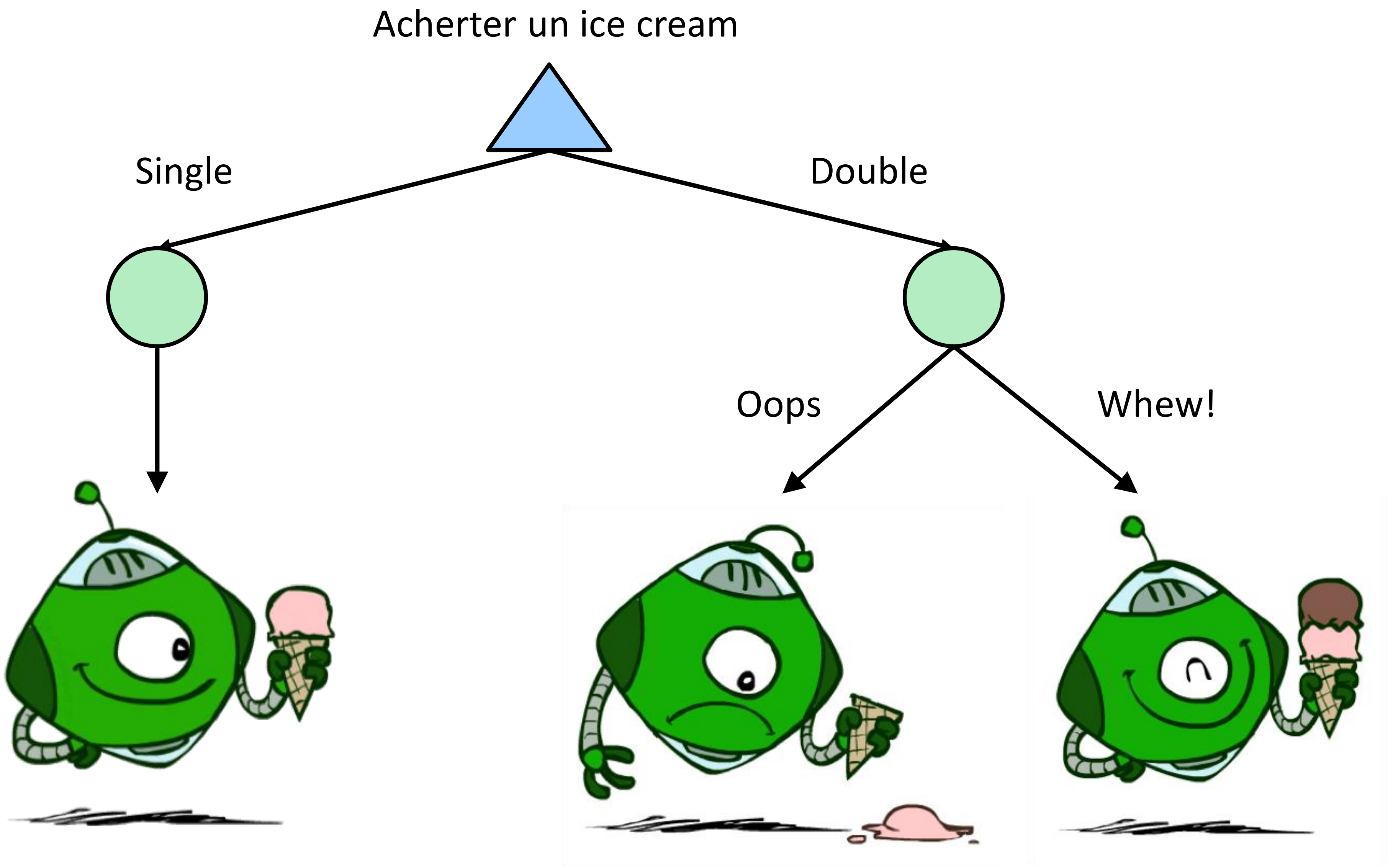
- Les fonctions utilités sont des fonctions des états à des valeurs réels décrivant les préférences de l'agent.

- Comment obtenir ces utilités?
  - Dans les jeux, simples (+1/-1)
  - Utilités résumment l'objectif de l'agent
  - Theorème: Toute preference **rationnelle** peut être décrite par une function utilité.

- Le but est décrire les utilités.
  - Comportement vient comme un résultat.



Utilités: Résultat incertain



Préférences

- Un agent doit determiner des préférences:
  - Prix: A, B, etc.
  - Loteries: situations avec des prix incertains

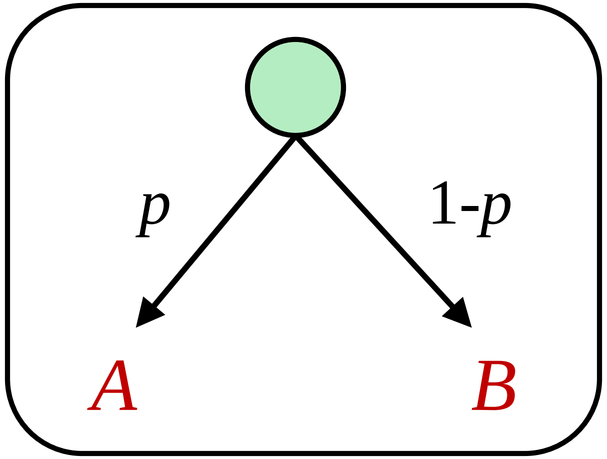
$$L = [p, A; \ (1-p), B]$$

- Notation:
  - Préférence: $A \succ B$
  - Indifférence: $A \sim B$

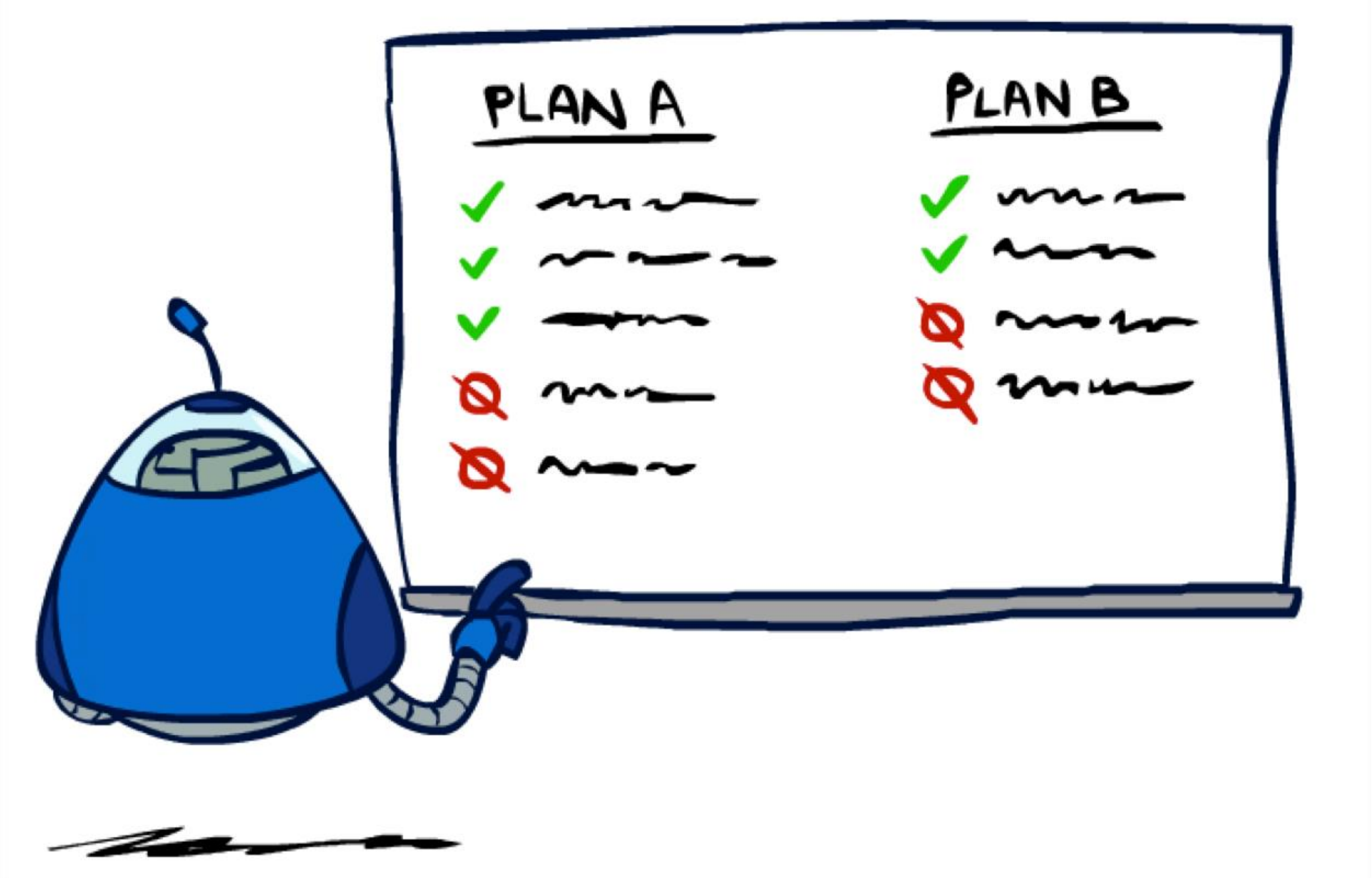
Un Prix

A

Loterie A



Rationalité

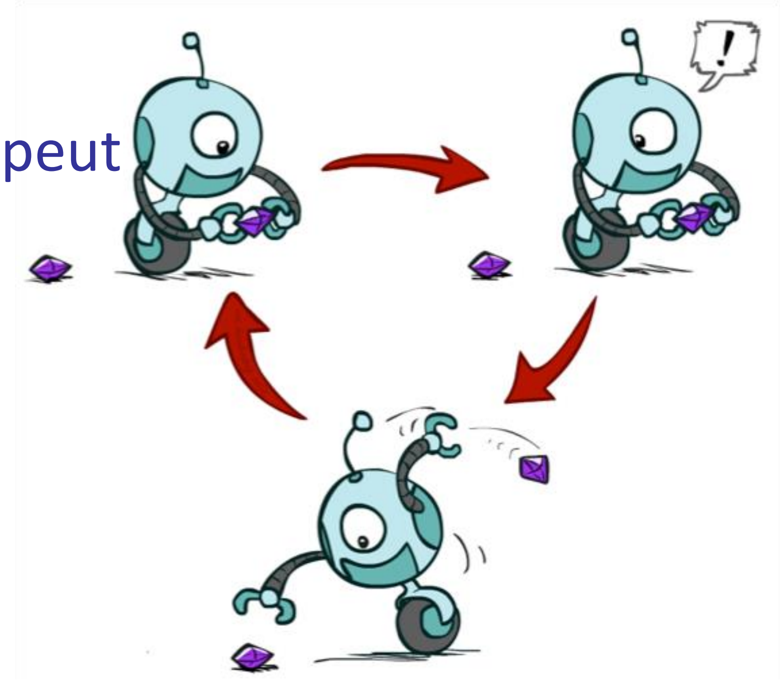


Préférences rationnelles

- Nous devons définir des propriétés sur les préférences:

Axiome of Transitivité : $(A \succ B) \wedge (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C)$

- Pour exemple: Un agent avec une preference intransitive peut tourner en rond et perd tout ces atouts.
  - Si B > C, alors l'agent dans C va payer 1 cent pour aller à B
  - Si A > B, alors l'agent dans B va payer 1 cent pour aller à A
  - Si C > A, alors l'agent dans A va payer 1 cent pour aller à C



Préférences rationnelles

Les axioms de rationalité

Orderability

$$(A \succ B) \vee (B \succ A) \vee (A \sim B)$$

Transitivity

$$(A \succ B) \wedge (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C)$$

Continuity

$$A \succ B \succ C \Rightarrow \exists p\ [p, A;\ 1-p, C] \sim B$$

Substitutability

$$A \sim B \Rightarrow [p, A;\ 1-p, C] \sim [p, B; 1-p, C]$$

Monotonicity

$$A \succ B \Rightarrow$$
$$(p \geq q \Leftrightarrow [p, A;\ 1-p, B] \succeq [q, A;\ 1-q, B])$$

Theoréme: Les préférences rationnelles implique un comportement qui maximisant l'espérance de l'utilité.

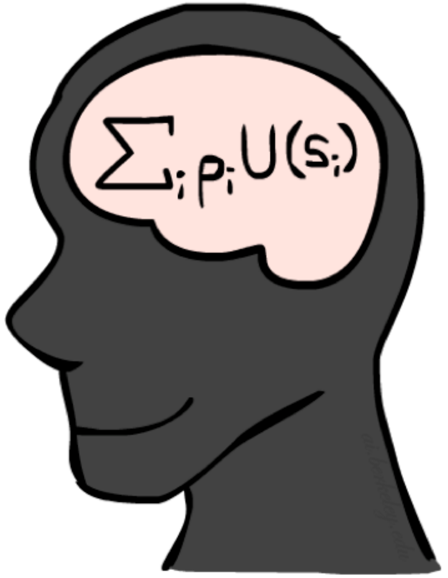
Principe MEU

- Theorème [Ramsey, 1931; von Neumann & Morgenstern, 1944]
  - Si les préférences respectent toutes ces contraintes, alors il existe une function réelle U telle que:

$$U(A) \geq U(B) \;\; \Leftrightarrow \;\; A \succeq B$$

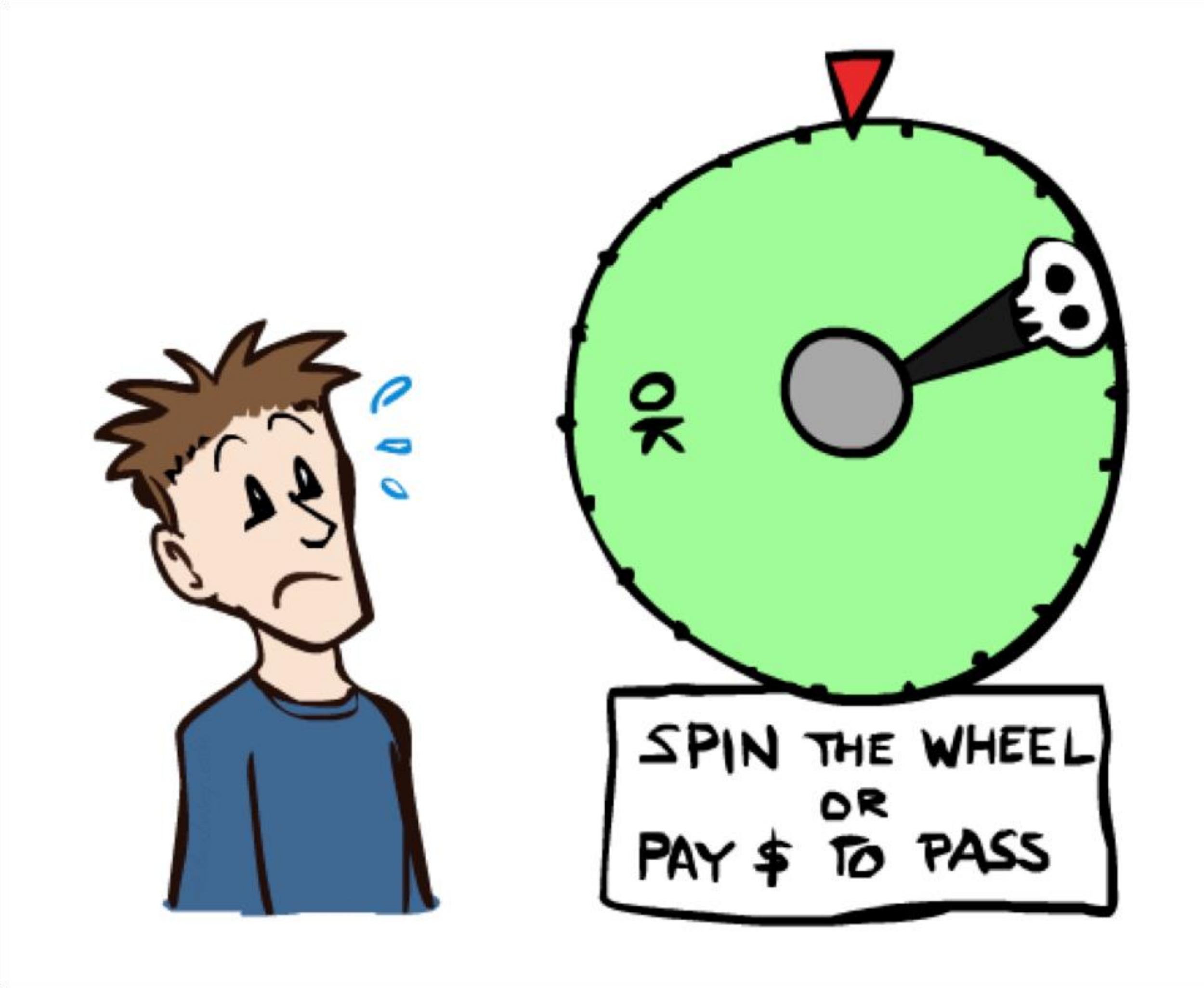
$$U([p_1, S_1; \; \ldots \; ; \; p_n, S_n]) = \sum_i p_i U(S_i)$$

  - I.e. Les valeurs de U présèrve les préférences des **prix** ainsi que des **loteries**.



- Principe de “Maximum expected utility” (MEU):
  - Choisir l’action qui maximize l’expérance des utilités
  - Note: Un agent peut être rationnel (consistent avec MEU) sans représentation probabiliste avec des utilités
  - Exemple: Un agent avec un dictionnaire (Agent reflèxe).

Utilités des humains



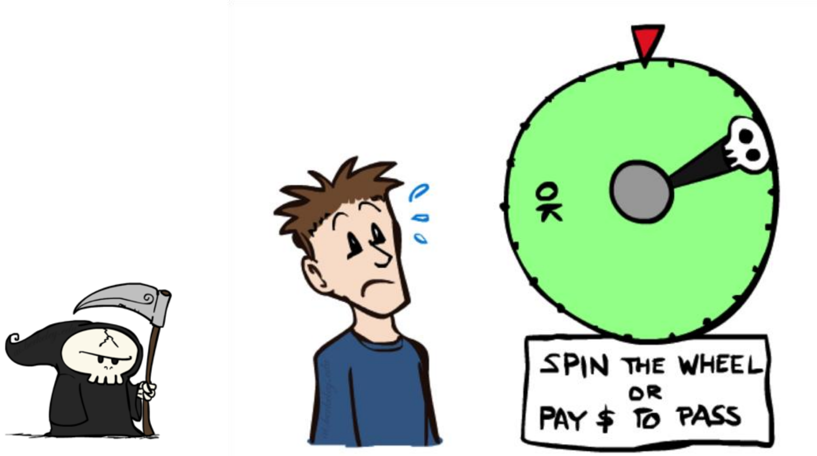
Echelle des Utilité

- Utilités normalisée: $u_+ = 1.0$, $u_- = 0.0$
- Micromorts: Une chance d'un sur million de mort, Très utile pour réduire le risqué dans l'achat des produits.
- QALYs: quality-adjusted life years, Utile pour des decisions médicales avec un risque substantiel.
- Note: Le comportement est **invariant** avec une transofmration linéaire.

$$U'(x) = k_1\, U(x) + k_2 \;\; avec\; k_1 > 0$$

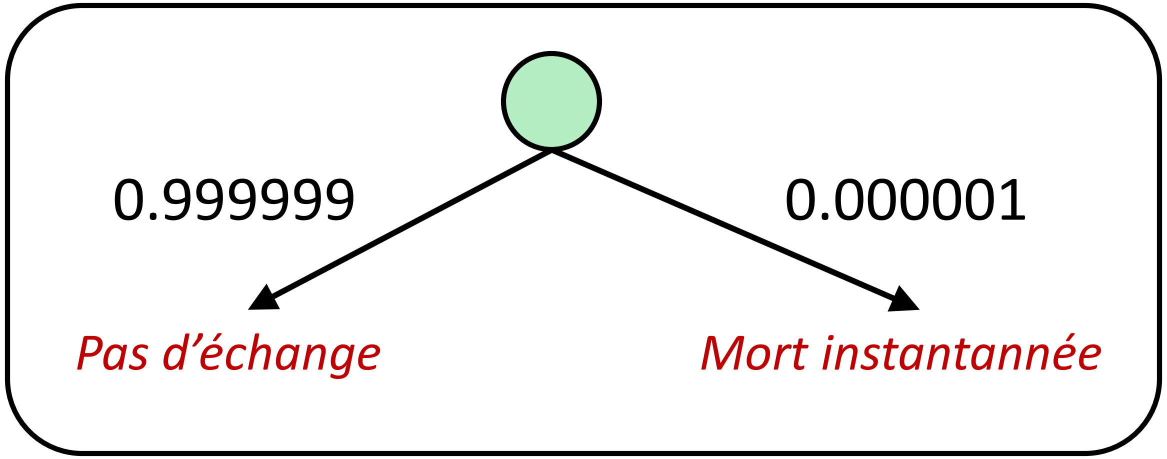
Utilités des humains

- Les utilités assosie des états aux nombre réels?
- Approche standard pour estimer des utilités humains:
  - Comparer un prix A à une loterie standard L_p
    - "Meilleur prix possible " u_+ avec une probabilité **p**
    - "Pire catastrophe" u_- avec une probablité **1-p**



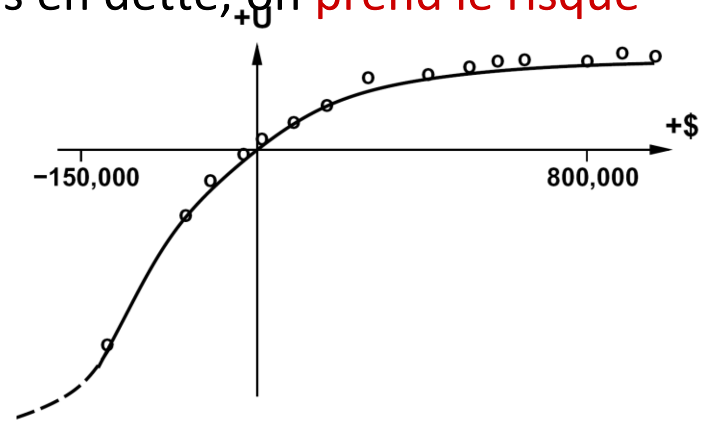
  - Adjuster la probabilité p de la loterie pour atteindre l'indférence: A ~ L_p
  - Probabilité finale p est une utilité [0,1]

Pay $30 ~



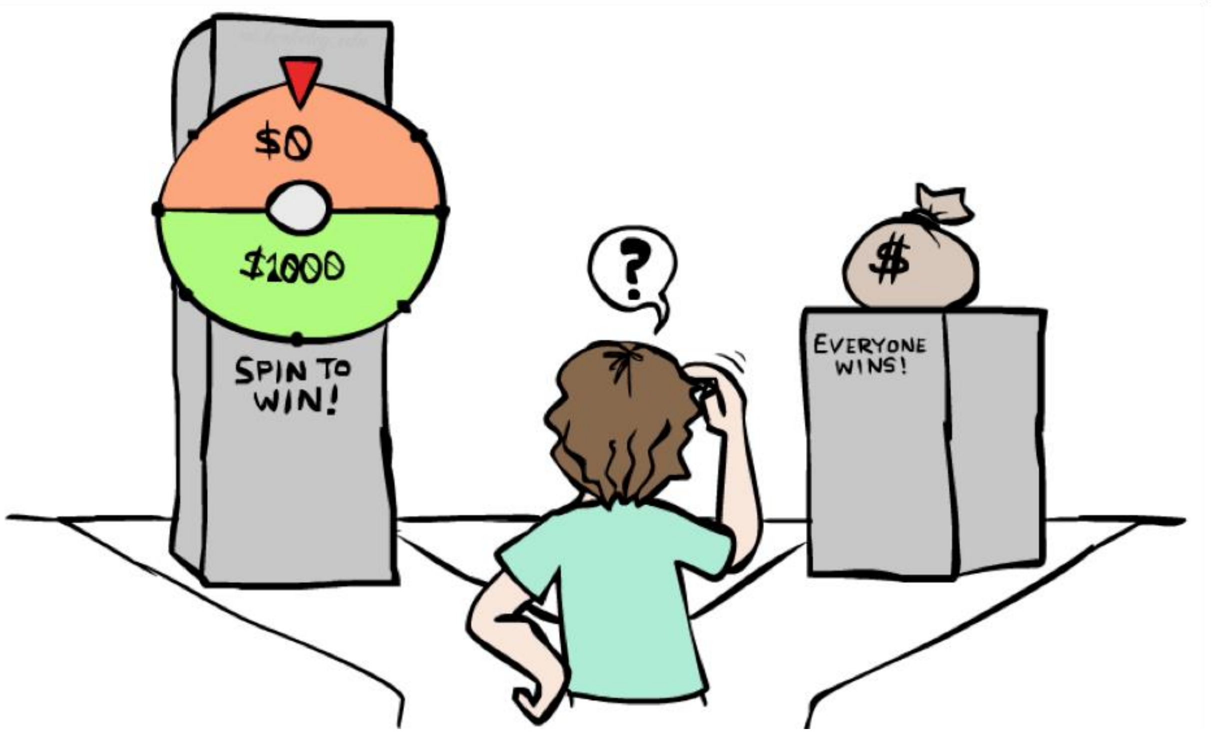
Argent

- L'agent <u>n'as pas le comportement</u> d'une function utilité, mais on peut analyser les utilités de posseder (ou être en dette) de l'argent.
- Soit une lotrie L = [p, $X; (1-p), $Y]
  - Le Montant monaitaire prévu (Expecteced monetary value) EMV(L) est p*X + (1-p)*Y
  - U(L) = p*U($X) + (1-p)*U($Y)
  - Générallement, U(L) < U(EMV(L))
  - Dans se sens, on est sur une avision au risque
  - Mais en dette, on prend le risque



Exemple: Insurance

- Soit la lotere [0.5, $1000; 0.5, $0]
  - Quelle est son EMV? ($500)
  - Quelle est la valeur certaine equivalente?
    - Valeur acceptable pour remplacer cette loterie.
    - $400 pour la mojorité.
  - Différence de $100 est la prime d'assurance.
    - C'est une assurance, puisque les humains payenet pour réduire le risque.
  - C'est une situation win-win.



Exemple: Rationalité humaine?

- Fameux examples (Allais (1953))
  - A: [0.8, \$4k; 0.2, \$0]
  - B: [1.0, \$3k; 0.0, \$0]
  - C: [0.2, \$4k; 0.8, \$0]
  - D: [0.25, \$3k; 0.75, \$0]
- La majorité préfère B > A, C > D
- Mais si U(\$0) = 0, alors
  - B > A $\Rightarrow$ U(\$3k) > 0.8 U(\$4k)
  - C > D $\Rightarrow$ 0.8 U(\$4k) > U(\$3k)