

Ro Travaux dirigés: dualité 6

ENSA-SAFI

12 avril 2022

1. Planning Athlète

Un médecin recommande à un athlète de consommer des quantités en vitamines et en protéines chaque jour. En effet, le corps d'un athlète doit disposer, au minimum et chaque jour de 15g de vitamine et 10g de protéine. Le médecin préconise aussi de consommer les fruits $F1$, $F2$ et $F3$ dans lesquels la présence des vitamines et des protéines est abondante.

Le coût d'achat d'une caisse de 10kg du fruit $F1$ coûte 240MAD, le coût d'achat d'un panier de 20kg du fruit $F2$ coûte 900MAD et il faut dépenser 30MAD pour acheter 1kg du fruit $F3$.

La présence des vitamines et des protéines en g dans 1kg des fruits est donnée dans le tableau suivant :

	F1	F2	F3
Vitamine	1	2	1
Protéine	2	1	3

- 1.1) Formuler un programme linéaire qui permet à l'athlète de suivre les recommandations du médecin tout en minimisant ses dépenses en argent.
- 1.2) Donner la forme canonique du programme.
- 1.3) Donner son dual.
- 1.4) Résoudre le programme dual par la méthode graphique.
- 1.5) Résoudre le programme dual par la méthode de simplexe.
- 1.6) En déduire la solution du programme primal.

2. Formulations dual

Pour chaque question, donner le dual du problème :

2.1)

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad Z_x = 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 \\ \text{s.t} \quad \quad \quad 5x_1 + 6x_2 - x_3 \leq 3 \\ \quad \quad \quad -2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 4 \\ \quad \quad \quad x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq 1 \\ \quad \quad \quad -3x_1 - 3x_2 + 7x_3 \leq 6 \\ \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

2.2)

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad Z_x = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s.t} \quad \quad \quad 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ \quad \quad \quad x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

2.3)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad Z_x = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \text{s.t} \quad \quad \quad 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 2 \\ \quad \quad \quad 3x_1 + x_2 + 7x_3 = 3 \\ \quad \quad \quad x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 5 \\ \quad \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

2.4)

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \quad Z_x = x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.t} \quad \quad \quad x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ \quad \quad \quad x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ \quad \quad \quad 2x_1 - x_3 \geq 4 \\ \quad \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

3. Cout marginaux

Une entreprise se spécialise dans la construction de trois produit X , Y et Z a partir des trois mâtèreaux A , B et C . La consommation de chaque matériel est donne par le tableau suivant :

Matereux	X	Y	Z
A	1	2	1
B	2	1	4
C	2	5	1

La contribution de chaque produit dans le revenu est 40, 25 et 50. Et le nombre disponible pour chaque matériel est 36, 60 et 44.

- 3.1)** Déterminer la combinaison des produit qui maximise le profit.
- 3.2)** En utilisant la méthode de simplexe, donner la solution du problème dual.
- 3.3)** Donner une interprétation économique a la solution.