

# RO Programmation linéaire 3

ENSA-SAFI

14 mars 2022

## 1. Questions de cours

---

Cocher la bonne réponse pour chacune des questions suivantes :

1. Quel est l'enjeu de la recherche opérationnelle ?
  - Aider a résoudre des p problèmes de décision ou d'optimisation.
  - Rechercher des solutions a des problèmes opérationnels.
  - Résoudre des programmes mathématiques.
2. Quelle est la différence d'une fonction objectif d'un programme linéaire ?
  - Un objectif de recherche pour une entreprise.
  - Une fonction linéaire considérée dans un problème d'optimisation.
  - Un ensemble de contraintes linéaires.
  - Une contrainte de ressources.
3. On considère le problème suivant :

$$\begin{cases} \max_{x,y} & 2x + 7y \\ \text{s.t.} & 3x - 2y \leq 1 \\ & -x + 3y \geq -1 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Quels sont les points réalisable parmi les suivants :  $A(0,0)$ ,  $B(1,1)$  et  $C(2,2)$ .

4. Quelle est la valeur optimale du problème suivant ?

$$\begin{cases} \max_x & 3x \\ \text{s.t.} & 3x - 2y \leq 1 \\ & x \leq 5 \\ & x \geq 0 \end{cases}$$

5. On considère un domaine réalisable d'un problème de programmation linéaire maximisant la fonction  $z = 2x - 2y$ , délimité par les points  $A(0,0)$ ,  $B(1,1)$ ,  $C(0,1)$  et  $D(1,0)$ . Identifier la solution optimale du problème.
  - Une solution unique a  $C$ .
  - Une solution unique a  $D$ .
  - Une infinité de solutions constituées par le segment  $[AB]$ .
  - Une seule non bornée.

## 2. Gestion de ferme

---

Un fermier a 200 acres de terre et dispose de 18000 heures de main-d'œuvre. Il désire déterminer le nombre d'acres qu'il doit affecter à chacune des cultures suivantes : le maïs, le blé, les tomates et les fèves. Il doit produire au moins 250 tonnes de maïs pour nourrir son troupeau, et au moins 100 tonnes de tomates. Le nombre de tonnes par acres et le nombre d'heures de main-d'œuvre par acre pour les différentes cultures sont données dans le tableau suivant :

	Maïs	Blé	Poids	Tomates	Fèves
Prix (MDH/tonne)	1200	1500	600	800	550
Rendement (tonne/acre)	10	4	4	8	6
Main-d'œuvre requise(heure/acre)	120	150	100	80	120

## 3. Entreprise plastique

---

Un fabricant de plastique veut produire un nouveau produit à partir de seulement 4 composés chimiques constitués chacun de 3 éléments.  $A$ ,  $B$  et  $C$ . La composition et le coût unitaire de ces 4 composés chimiques sont données dans le tableau suivant :

Composés chimiques	1	2	3	4
Pourcentage de A	.3	.2	.4	.2
Pourcentage de B	.2	.6	.3	.4
Pourcentage de C	.4	.15	.25	.3
Coût par kg	20\$	.30\$	20\$	15\$

Le nouveau produit se compose de 20% de l'élément  $A$ , au moins 30% de l'élément  $B$  et au moins 20% de l'élément  $C$ . Les composés 1 et 2 ne doivent pas dépasser 30% et 40% de la composition du nouveau produit.

**3.1)** Formuler le programme linéaire qui donne le mélange le moins coûteux.

**Suggestion :** Considérer  $x_i$  la quantité en kg du composant  $i$  qui entre dans la production de 1kg du nouveau produit.

## 4. Méthode graphique I

---

Résoudre par la méthode graphique le programme linéaire suivant :

$$\begin{cases} \max & 2x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} & 8x_1 - 4x_2 \leq 16 \\ & 3x_1 - 4x_2 \leq 12 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

## 5. Methode graphique II

---

On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{cases} \max & 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 16 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- 5.1) Donner le coefficient du vecteur des décisions.
- 5.2) Quelle est la matrice des contraintes linéaires.
- 5.3) Écrire ce problème sous forme matricielle.
- 5.4) Résoudre ce problème par la méthode graphique.