

# Recherche Opérationnelle Travaux Dirigés 1

ENSA-SAFI

10 mars 2022

## 1. Relation d'amitiés

---

Étant donné un groupe de 10 personnes, le tableau suivant indique les paires de personnes qui ont une relation d'amitié.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3,6,7	6,7	1,6,7	5,10	4,10	1,2,3,7	1,3,6	2	-	4,5

- 1.1) Représentez cette situation par un graphe  $G$ .
- 1.2) Donner un sommet pendant<sup>1</sup> et un sommet **isolé**.
- 1.3) Vérifiez qu'il existe au moins deux personnes ayant le même nombre d'amis.

## 2. Échange de poignée de main

---

10 personnes ont été invitées à une fête. Elles se saluent ensemble par une poignée de main.

- 2.1) Combien de poignées de main ont été réalisées ?
- 2.2) Quelle est la relation de cette question avec la théorie de graphe.

## 3. Espions

---

Trois pays envoient, chacun, **2** espions à une conférence. Chaque espion doit espionner tous les espions des autres pays (mais pas son propre collègue).

- 3.1) Représentez cette situation par un graphe.
- 3.2) Quel est le degré de chaque sommet ? Déduisez le nombre d'arêtes.

#### 4. Relations Amis

---

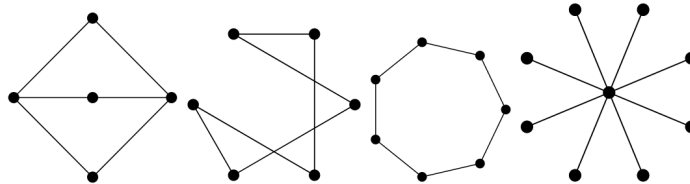
On suppose qu'on dispose d'un groupe de **5** personnes.

- 4.1) Est il possible que chaque personne soit amis avec **exactement** deux autres personnes ?
- 4.2) Quand est il pour **trois** personnes ?

#### 5. Graphes Bipartis

---

Parmi les graphes de la figure identifier ceux qui sont **bipartis**.



#### 6. Graphe planaire

---

On suppose qu'un graphe possédant 6 sommets, 10 arêtes et 5 faces.

Ce graphe peut il être **planaire**

#### 7. Graphe Planaire 2

---

Soit un graphe  $G$  avec 6 sommets dont les degrés sont  $\{2, 2, 3, 4, 4, 5\}$ .

- 7.1) Calculer le nombre d'arêtes de ce graphe ?
- 7.2) Est ce  $G$  peut être planaire ?
- 7.3) Si oui, quel est le nombre des faces ?
- 7.4) Pouvez vous dessiner ce graphe ?

#### 8. Tournée

---

Vous avez décidé de faire un tour dans le sud des États-Unis. Vous devez visiter les 9 états montrés dans la figure (1) :

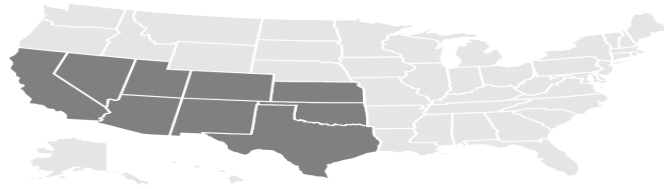


FIGURE 1 – Carte des neuf états

Vous vous êtes fixé les contraintes suivantes : vous devez passer par chaque frontière qu'une seule fois.

- 8.1) Est ce que vous pouvez le faire ?
- 8.2) Est ce que votre point de départ est important ?